F4902
Handbuch



INHALTSVERZEICHNIS

1. Einleitung

Herzlichen Glückwunsch!

Der Kauf Ihres Commodore F4902 war zweifellos eine überlegte und kluge Investition, die Ihnen viele Vorteile bringen wird. Der F4902 ist die neueste Entwicklung von hochwertigen, spezialisierten Taschenrechnern von Commodore.

Commodore, Europas grösster Taschenrechner-Hersteller, hat bis heute schon mehr als 20 Millionen Einheiten verkauft. Zu den Anwendern gehören Wissenschaftler, Studenten, Geschäftsleute, Schüler und auch Privatpersonen.

Jeder unserer Taschenrechner wird mit höchster Präzision hergestellt. Dass jeder neue Rechner von Commodore dem neuesten Stand der Technologie entspricht, ist ein erklärtes Unternehmensziel von Commodore. Deshalb ist unser zentrales Forschungs- und Entwicklungs-Labor in Palo Alto im Staate Kalifornien/USA beheimatet. Palo Alto ist der Zentralpunkt des sogenannten „Tal der Halbleiter" in der Bucht von San Francisco.

Der Rechner benutzt die algebraische Logik, was bedeutet, dass die Tasten in der gleichen Reihenfolge gedrückt werden, wie in der normalen Arithmetik. Besonderen Wert wurde auf eine ausführliche Behandlung der finanzmathematischen Funktionen gelegt. Sie finden u.a. Lösungen für die Berechnungen von Hypotheken, Effektivverzinsung, Festdarlehen, cash-flow, Barwert u. s. w. Die Berechnung in vor- oder nachschüssiger Programmierung ist per Wahltaste zu erreichen.

Wenn Sie alle Vorzüge des F4902 kennengelernt haben, werden Sie sicherlich ebenso begeistert sein, wie alle anderen Besitzer von Commodore Taschenrechnern.

2. Stromversorgung und Wartung

BATTERIEBETRIEB

Ihr Rechner arbeitet mit einer handelsüblichen 9V-Batterie. Um Batteriestrom zu sparen, empfiehlt es sich, den Rechner nach Gebrauch sofort abzuschalten. Erfolgt etwa 60 Sekunden nach der letzten Eingabe kein neuer Tastendruck, verschwindet die angezeigte Zahl. In der Anzeige ist lediglich der Dezimalpunkt zu sehen. Diese Automatik dient der Reduzierung des Energieverbrauches; es geht dadurch keine gespeicherte Information verloren. Zweimaliger Druck auf die Taste [F] stellt den alten Zustand wieder her. Sobald der Kontrast der angezeigten Ziffern nachlässt, ist die Batterie verbraucht. Die Versorgungsspannung ist dann zu nieder, was zu falschen Rechenergebnissen führen kann.

Testrechnung: 1,2345679 x 7,2 = 8,88888888

Wechseln Sie erschöpfte Batterien bitte sofort aus. Leere Batterien können undicht werden und das Gerät zerstören. Bei längerem Nichtgebrauch Batterie ebenfalls entfernen!

BATTERIEWECHSEL

Beim Batteriewechsel muss das Gerät ausgeschaltet sein. Um statische Aufladung zu vermeiden, berührt man vor dem Öffnen des Gerätes einen geerdeten Körper, etwa eine Wasserleitung oder einen Heizkörper. Dann schiebt man den an der Griffmulde erkennbaren Batteriedeckel in Richtung Netzteil-Anschlussbuchse und nimmt ihn ab. Die alte Batterie wird entfernt und die neue eingeknöpft. Durch die Form der Anschlussknöpfe ist eine falsche Polung nicht möglich. Nun schiebt man den Batteriedeckel wieder auf und das Gerät ist einsatzbereit.

NETZBETRIEB

Wenn man längere Zeit am Schreibtisch arbeiten möchte, empfiehlt sich die Anschaffung des Netzteils Type 709. Zuerst wird der Klinkenstecker des Netzteils in die Buchse an der oberen Seite des Rechners gesteckt. Dadurch wird der Rechner automatisch von der Batterie getrennt Dadurch wird der Rechner automatisch von der und arbeitet allein mit Netzstrom. Man kann also auch dann mit dem Netzteil arbeiten, wenn keine Batterie eingelegt ist. Anschliessend an die Verbindung des Rechners mit dem Netzteil wird das Netzteil in die Steckdose gesteckt.

WARTUNG

Der Rechner arbeitet in einem Temperaturbereich von 0°C bis 50°C. Bitte verwahren Sie ihn nicht an heissen, sehr feuchten oder staubigen Orten. Zur Reinigung des Gehäuses kein feuchtes Tuch oder gar Lösungsmittel verwenden.

3. Einschalten des Rechners und Lösung von Daten

Der EIN/AUS-Schalter rechts oben im Bedienungsfeld wird nach links in Stellung „EIN" geschoben. Dabei werden alle Speicher gelöscht. In der Anzeige erscheint 0, der Rechner ist einsatzbereit. Wurde im weiteren Betrieb die Rechnung mit [=] oder [=], gefolgt von einem beliebigen Tastendruck mit Ausnahme der Grundrechenarten, [y^x] und [$\sqrt[x]{y}$] abgeschlossen, muss man nicht löschen. Um sicher zu gehen, sollte man aber vor jeder neuen Rechnung **zweimal** die Löschtaste [C/CE] drücken. Man vermeidet dadurch Fehler, die entstehen können, wenn versehentlich vor Beginn der eigentlichen Rechnung schon Daten eingegeben wurden.

Der besseren Übersicht wegen werden bei allen Beispielen nur vier Nachkommastellen gedruckt, während der Rechner bis zu zehn Nachkommastellen anzeigt. Markbeträge werden mit zwei Nachkommastellen angegeben und gerundet.

Zum löschen von Daten und Fehleranzeige gibt es sechs Möglichkeiten:

1. KORREKTUR VON EINGABEFEHLERN:
   Zur Korrektur drückt man die Taste [C/CE] im Anschluss an eine falsch eingegebene Zahl **einmal**. Dadurch wird allein die Anzeige gelöscht; vorher eingegebene Befehle und Zahlen bleiben gespeichert.

2. LÖSCHUNG DER ARBEITSREGISTER:
   Zweimaliger Druck auf die Taste [C/CE] löscht Zahlen und Befehle in den Arbeitsspeichern X (Anzeige) und Y. Die Zahlen in den Statistik-, Finanz- und Konstantenspeichern bleiben dabei erhalten. Diese Löschung ist vor Beginn einer neuen Rechnung zweckmässig.

3. LÖSCHUNG DER FEHLERANZEIGE E:
   Zeigt die Anzeige die Fehlermeldung, so bringt ein Druck auf die Taste [C/CE] den Rechner wieder in Arbeitsbereitschaft. Auch hier werden Arbeitsspeicher X und Y gelöscht, nicht aber Statistik-, Finanz- und Konstantenspeicher.

4. LÖSCHUNG DER STATISTIK- UND FINANZREGISTER: Die Tastenfolge [F] [C/CE] löscht die Arbeitsspeicher X und Y, Statistikspeicher und Finanzspeicher. Lediglich der Konstantenspeicher M behält seinen Zahlenwert. Diese Löschung ist notwendig vor Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung, linearer Regression und vor finanzmathematischen Berechnungen. Bei den betreffenden Beispielen wird die vorherige Löschung vorausgesetzt.

5. LÖSCHEN DES KONSTANTENSPEICHERS
   Den Konstantenspeicher M löscht man mit der Taste [MC]. Alle anderen gespeicherten Werte

bleiben dadurch unbeeinflusst. Vor dem Speichern einer neuen Konstante muss [MC] unbedingt gedrückt werden.

6. AUSSCHALTEN DES RECHNERS: Aus- und wieder Einschalten des Rechners löscht alle Speicher.

4. Das Bedienungsfeld

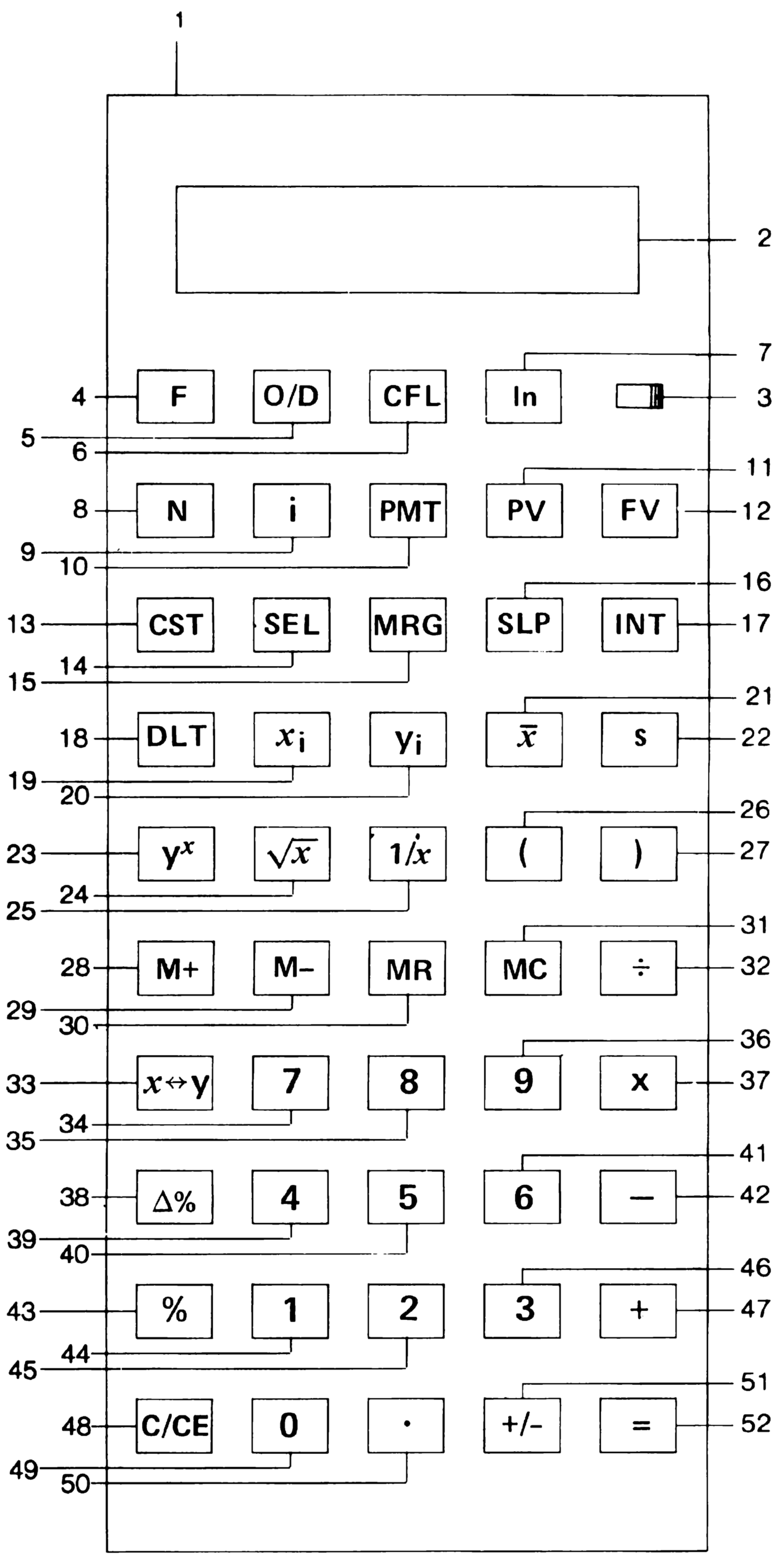
Das Bedienungsfeld besteht aus 49 Druckpunkttasten und dem EIN/AUS-Schalter. Bei einfachem Tastendruck gelten die auf den Tasten stehenden Bezeichnungen. Die über den Tasten stehenden Funktionen ruft man durch vorherigen Druck auf die Doppelfunktionstaste [F] ab. Nochmalige Bedienung der Taste [F] löscht den Doppelfunktionsbefehl.

Im Text wird die tatsächlich abgerufene Funktion gedruckt. Bedient man etwa die Tasten [F] und [ln], so wird die Funktion e^x abgerufen und man schreibt daher [F] e^x

Die Bedeutung der Tasten sowie der Eingabemodus komplizierter Funktionen ist in der folgenden Übersicht angegeben. Die Funktionsnummern beziehen sich auf die Tastennummern der Abbildung. Die Übersicht hilft, die gewünschte Funktion schnell zu finden und zeigt. was vor allem bei selten gebrauchten Tasten wichtig ist, die Reihenfolge der Tastenbedienungen und Dateneingaben. Nähere Einzelheiten über eine Funktion findet man in der ausführlichen Beschreibung in den angegebenen Kapiteln.

In der Übersicht bedeuten:

Z:	**Zahleneingabe**
[FIN]	Eine der Finanztasten [N], [i], [PMT], [PV], [FV]
[G]	Eine der Grundrechenarten-Tasten [+], [−], [x], [÷]


1
2
F
O/D
CFL
ln
7
3
4
5
6
N
i
PMT
PV
FV
11
12
8
9
10
CST
SEL
MRG
SLP
INT
16
17
13
14
15
DLT
x_i
y_i
$\bar{x}$
s
21
22
18
19
20
y^x
$\sqrt{x}$
$1/x$
(
)
26
27
23
24
25
M+
M–
MR
MC
÷
31
32
28
29
30
$x \leftrightarrow y$
7
8
9
x
36
37
33
34
35
Δ%
4
5
6
–
41
42
38
39
40
%
1
2
3
+
46
47
43
44
45
C/CE
0
·
+/–
=
51
52
48
49
50

Nummer	Funktion	Bedeutung	Eingabemodus	Kapitel
1		Anschluss für das Netzteil		2
2		Anzeige		5
3		EIN/AUS-Schalter		2
4	F	Doppelfunktionstaste. Löschung des Doppelfunktionsbefehls durch nochmaliges Bedienen der Taste [F]		2,9
5	O/D	Umschalten auf vorschüssige (Signalpunkt links in der Anzeige) oder nachschüssige (kein Signalpunkt) Programmierung bei den finanzmathematischen Funktionen		11
6	CFL	Cash-flow-Berechnungen	[F] [C/CE], Z [i], Z [CFL], Z [CFL], · · · ·, [F] [CFL]	10
7	ln	Natürlicher Logarithmus	Z [ln]	9
	e^x	Potenz zur Basis e = 2.71828	Z [F] [e^x]	

Nummer	Funktion	Bedeutung	Eingabemodus	Kapitel
12	FV	Eingabe des Zukunftswertes	Z [FV]	11
		Abruf des Zukunftswertes	[F] [C/CE], Z [FIN], Z [FIN], ... [F] [FV]	
13	CST	Eingabe des Einkaufspreises	Z [CST]	10
		Abruf des Einkaufspreises	Z [SEL], Z [MRG], [F] [CST]	
14	SEL	Eingabe des Verkaufspreises	Z [SEL]	10
		Abruf der Verkaufspreises	Z [CST], Z [MRG], [F] [SEL]	
15	MRG	Eingabe der Gewinnspanne	Z [MRG]	10
		Abruf der Gewinnspanne	Z [CST], Z [SEL], [F] [MRG]	
16	m	Abfrage der Steigung m der gemittelten Geraden bei der linearen Regression	Dateneingabe mit Xi/Yi, [SLP]	12
17	b	Abfrage des y-Achsabschnittes b der gemittelten Geraden bei der linearen Regression	Dateneingabe mit Xi/Yi, [INT]	12

Nummer	Funktion	Bedeutung	Eingabemodus	Kapitel
8	N	Eingabe der Laufzeit (Tage, Monate, Jahre) Abruf der Laufzeit	Z [N] [F] [C/CE], Z [FIN], Z [FIN], ... [F] [N]	11
9	i	Eingabe des Zinssatzes Abruf des Zinssatzes	Z [i] [F] [C/CE], Z [FIN], Z [FIN], ... [F] [i]	10,11
10	PMT	Eingabe eines Geldbetrages Abruf eines Geldbetrages	Z [PMT] [F] [C/CE], Z [FIN], Z [FIN], ... [F] [PMT]	11
11	PV	Eingabe des Gegenwartswertes Abruf des Gegenwartswertes	Z [PV] [F] [C/CE], Z [FIN], Z [FIN], ... [F] [PV]	11

Nummer	Funktion	Bedeutung	Eingabemodus	Kapitel
18	DLT	Löschen von Daten, die mit [x_i] und [y_i] eingegeben wurden	Z [DEL] [x_i], Z [DEL] [y_i]	12
19/20	x_i/y_i	Eingabe der n Messwertpaare P_i $(x_i y_i)$ bei der linearen Regression	[F] [C/CE] [MC], Z (x_1) [x_i], Z (y_1) [y_i], Z (x_2) · · · ·, Z (y_n) [y_i]	12
	$\hat{x}$	Abfrage der zu einer eingegebenen y-Koordinate gehörigen x-Koordinate bei der linearen Regression	Dateneingabe mit x_i/y_i, Z (y-Koordinate) [$\hat{x}$]	
	$\hat{y}$	Abfrage der zu einer gegebenen x-Koordinate gehörigen y-Koordinate bei der linearen Regression	Dateneingabe mit x_i/y_i Z (x-Koordinate) [$\hat{y}$]	
19/21/ 22	x_i	Dateneingabe für die Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung	[F] [C/CE], Z [x_i], Z [x_i], · · · · [x_i]	12
	$\bar{x}$	Mittelwert der mit x_i eingegebenen Daten	Dateneingabe, [$\bar{x}$]	

Nummer	Funktion	Bedeutung	Eingabemodus	Kapitel
	σ_{n-1}	Standardabweichung mit (n-1)-Gewichtung der mit [x_i] eingegebenen Daten	Dateneingabe, [s]	12
	σ_{n-1}	Standardabweichung mit n-Gewichtung der mit [x_i] eingegebenen Daten	Dateneingabe, [F] [s']	
23	y^x	Allgemeine Exponentialfunktion	Z (Basis y) [y^x], Z (Exponent x) [=] oder [G], [y^x] [$\sqrt[x]{y}$]	10
	$\sqrt[x]{y}$	Allgemeine Wurzelfunktion	Z(Basis y) [F] [$\sqrt[x]{y}$], Z (Exponent x) [=] oder [G] ←, y^x, $\sqrt[x]{y}$	
24	$\sqrt{x}$	Quadratwurzel	Z [$\sqrt{x}$]	9
	x^2	Quadrat	Z [F] [x^2]	
25	$1/x$	Kehrwert	Z [$1/x$]	9

Nummer	Funktion	Bedeutung	Eingabemodus	Kapitel
28	Speicher-addition	Addition der angezeigten Zahl zum Inhalt des Speichers	Z [M+]	7
29	Speicher-subtrak-tion	Subtraktion der angezeigten Zahl vom Inhalt des Speichers	Z [M–]	7
30	Speicher-abruf	Abruf der Zahl aus dem Konstantenspeicher		7
31	Speicher-löschung	Löschen der im Konstantenspeicher stehenden Zahl		7
32/37 42/47	: , x , – , +	Grundrechenarten G	Z [G] , Z [=] oder [G]	6
33	$x \leftrightarrow y$	Austausch der Zahl im X-Register (Anzeige) gegen die Zahl im Y-Register (Arbeits-register)		10

Nummer	Funktion	Bedeutung	Eingabemodus	Kapitel
34-36 39-41 44-46 49	Ziffern- eingabe	Eingabe der Ziffern 0 bis 9		5
38	Δ%	Ermittlung der prozentualen Abweichung	Z (100%-Wert) [Δ%], Z (Wert) [=] oder [G]	10
43	%	Ermittlung von Prozentwerten	Z (Grundwert) [G] Z (Prozentsatz) [=] oder [G]	10
48	Löschung	Löschen der Zahleneingabe Löschen der Arbeitsregister X und Y Löschung von Arbeitsregistern, Finanz-und Statistik-Registern	Z [C/CE] [C/CE] [C/CE] [F] [C/CE]	3

Nummer	Funktion	Bedeutung	Eingabemodus	Kapitel
26	(	Öffnen einer Klammerebene		8
27	)	Schliessen der Klammer		8
50	Dezimal-punkt	Eingabe des Dezimalpunktes (Dezimalkommas)		5
		Verschiebung des Dezimalpunktes	[•] [•] [•]	
51	+/–	Vorzeichenwechsel	Z [+/–]	5

5. Zahleneingabe und Anzeige

Eine Zahl von maximal elf Stellen wird einschliesslich des Dezimalpunktes so eingetastet, wie man sie schreibt. Tastet man mehr als elf Ziffern ein, so werden die Überzähligen nicht beachtet. Eine Null vor dem Komma darf weggelassen werden. Will man einen negativen Zahlenwert, so drückt man **nach** der Zahleneingabe die [+/-] Taste. Das negative Vorzeichen erscheint links vor der Zahl. Drückt man die Taste [•] anschliessend an die Zahleneingabe, so wird das Komma um eine Stelle nach links gerückt.

KORREKTUR VON EINGABEFEHLERN

Fehlerhafte Zahleneingabe löscht man durch einmaliges Bedienen der Taste [C/CE]. Die übrigen vorher eingegebenen Informationen werden dadurch nicht verändert.

Beispiel: Fehlerkorrektur bei der Rechnung 2 x 4 = 8

Eingabe	Anzeige	Kommentar
2 [x]	2	
3	3	Fehlerhafte Zahleneingabel
[C/CE]	0	Die Eingabe 3 wurde gelöscht; Die Eingabe 2 [x] bleibt gespeichert
4	4	Richtiger Faktor.
[=]	8	Richtiges Ergebnis.

SCHREIBWEISE DER ANZEIGE IM DRUCK

Um eine übersichtliche Darstellung zu erreichen erscheinen im Druck bei allgemeinen Berechnungen nur vier der bis zu zehn Nachkommastellen. Markbeträge werden mit zwei Nachkommastellen geschrieben wobei man die letzte Stelle rundet.

Als Besonderheit beachte man, dass der Rechner die Zahl 0 (Null) nur dann annimmt, wenn sie von der Dezimalpunkt-Taste gefolgt wird.

6. Grundrechenarten

Es ist leicht, die Tasten und Schalterfunktionen Ihres Rechners zu beherrschen. Die folgenden Seiten zeigen Ihnen anhand von Beispielen die Bedienung. Arbeitan Sie bitte die Beispiele mit Ihrem eingenen Rechner durch! Achten Sie darauf, dass vor Beginn jeder Rechnung gelöscht werden soll!

ADDITION UND SUBTRAKTION

Beispiel 1: 5 + 3 = 8

Eingabe	Anzeige
5 [+]	5
3 [=]	8

Beispiel 2: 5 – 3 = 2

Eingabe	Anzeige
5 [–]	5
3 [=]	2

Beispiel 3: 55.755 – 108.71 = –52.955

Eingabe	Anzeige	Kommentar
55.755	55.755	
[–]	55.755	
108.71	108.71	
[=]	–52.955	Das Vorzeichen links der Mantisse zeigt das negative Ergebnis an.

Die Tasten für die Grundrechenarten schliessen die vorausgegangene Rechnung ab. Das Zwischenergebnis steht in der Anzeige. Die Taste [+] zum Beispiel hat die gleiche Funktion wie die Tastenkombination [=] [+]. Das sieht man an folgendem Beispiel:

Beispiel 1: 4.2 x 5.31 = 22.302

Eingabe	Anzeige	Kommentar
2 [−]	2	
6 [+]	4	Die [+] Taste hat die Rechnung 2 − 6 abgeschlossen und das Zwischenergebnis, −4, in die Anzeige gebracht. Es ist nicht notwendig, die [=] Taste zu bedienen.
9 [=]	5	

MULTIPLIKATION UND DIVISION

Beispiel 1: 4.2 x 5.31 = 22.302

Eingabe	Anzeige
4.2 [x]	4.2
5.31 [=]	22.302

Beispiel 2: 22.302 ÷ 0.4 = 55.755

Eingabe	Anzeige	Kommentar
22.302 [÷]	22.302	
.4 [=]	55.755	Die Null muss nicht eingetastet werden!

Beispiel 3: 2.3 x 13.57 ÷ 6.89 = 4.5298

Eingabe	Anzeige	Kommentar
2.3 [x]	2.3	

Eingabe	Anzeige	Kommentar
13.57 [x]	31.211	Die Taste [÷] hat die Rechnung abgeschlossen und das Zwischenergebnis 31.211 in die Anzeige gebracht. Es ist nicht notwendig, die [=] Taste zu bedienen.
6.89 [=]	4.5298	

Beim Arbeiten mit den Grundrechenarten ist zu beachten, dass der Rechner die Befehle [+], [−], [x] und [÷] gleichrangig behandelt. Multiplikation und Division werden also nicht vorrangig vor Addition und Subtraktion ausgeführt. Vielmehr veranlasst jede Bedienung einer Grundrechenartentaste die Ausführung des vorhergehenden Befehls.

FEHLERKORREKTUR

Wird im Verlauf einer Rechnung versehentlich eine falsche Grundrechenarten-Taste gedrückt, kann man den Fehler leicht korrigieren: Man bedient einfach in Anschluss an den falschen Befehl die richtige Taste.

Beispiel: 5 − 3 = 2

Eingabe	Anzeige	Kommentar
5	5	
[÷]	5	Fehlerhafte Eingabe
[−]	5	Anschliessend richtige Eingabe
3 [=]	2	Korrektes Ergebnis

7. Der Konstantenspeicher

Der Rechner besitzt einen Konstantenspeicher, dessen Inhalt bei der Ausführung algebraischer, wissenschaftlicher und finanztechnischer Berech-

nungen nicht beeinflusst wird. Lediglich bei der linearen Regression wird der Konstantenspeicher für den Rechengang beansprucht und ist nicht mehr frei verfügbar. Der Speicher dient zur Aufnahme von Zahlenwerten, die innerhalb einer Rechnung mehrmals benötigt werden oder zur Ausführung von Kettenrechnungen.

LÖSCHEN DES SPEICHERS

Milt Hilfe der Taste [MC] wird die Zahl im Speicher gelöscht. Vor dem Speichern einer neuen Zahl muss in jedem Fall gelöscht werden.

SPEICHERN EINER ZAHL

Die Taste [M+] addiert den angezeigten Wert zu Zahl im Speicher. Will man daher eine Zahl speichern, so löscht man zuerst den Speicher und arbeitet dann mit der Taste [M+].

Beispiel: Im Speicher steht die Zahl 5; es soll 9,81 gespeichert werden.

Eingabe	Anzeige	Speicher-inhalt	Kommentar
[MC]	beliebig	0	Löschen des Speichers; die Zahl in der Anzeige wird dadurch nicht beeinflusst.
5 [M+]	5	5	Im Speicher steht die Zahl 5
[MC]	5	0	Löschen der Zahl im Speicher
9.81 [M+]	9.81	9.81	Speichern der neuen Zahl.

SPEICHERABRUF

Die Zahl im Speicher wird mit Hilfe der Taste [MR] in die Anzeige gerufen. Die ursprünglich in der Anzeige stehende Zahl wird überschrieben, geht also verloren.

Beispiel:	$5.12 \div 4.1 = 1.2487$ $5.12 \div 3.6 = 1.4222$	

Eingabe	Anzeige	Speicherinhalt
[MC] 5.12 [M+]	5.12	5.12
[÷] 4.1 [=]	1.2487	5.12
[MR]	5.12	5.12
[÷] 3.6 [=]	1.4222	5.12

SPEICHER – ADDITION UND SUBTRAKTION

Mit der Taste [M+] addiert man die angezeigte Zahl zum Wert im Speicher. Die Taste [M–] subtrahiert die angezeigte Zahl vom Wert im Speicher. In beiden Fällen bleibt die Anzeige unverändert.

Beispiel: $\sqrt{3^2 + 4^2 - 2^2} = 4.5825$

Eingabe	Anzeige	Speicher
3 [F] [x^2]	9	beliebig
[MC] [M+]	9	9
4 [F] [x^2]	16	9
[M+]	16	25
2 [F] [x^2]	4	25
[M–]	4	21
[MR]	21	21
[$\sqrt{x}$]	4.5825	21

8. Die Klammern

Der Berechnung umfangreicher Ausdrücke dienen die Klammertasten [(] und [)]. Der Rechner besitzt ein Klammerregister; es darf also immer nur eine Klammer geöffnet werden. Beim Setzen der Klammern muss man darauf Rücksicht nehmen,

dass der Rechner nicht nach dem Grundsatz „Punktrechnung (Multiplikation und Division) hat Vorrang vor Strichrechnung (Addition und Subtraktion)" arbeitet. Die Klammern werden also manchmal anders gesetzt als im algebraischen Ausdruck. In der üblichen Schreibweise lässt man das Malzeichen vor Klammern häufig weg. Bei einem Rechner darf das nicht praktiziert werden, da er sonst nicht weiss, welche Rechenoperation mit dem Klammerausdruck ausgeführt werden soll:

Beispiel 1: 2 x 3 + 4 x 5 = 26

Eingabe	Anzeige	Kommentar
2 [x]	2	
3 [+]	6	Das erste Produkt braucht nicht eingeklammert zu werden, da der [+] Befehl die Berechnung von 2 x 3 veranlasst.
[(]	6	Die Information 6+ wird im Klammerregister gespeichert.
4 [x]	4	
5 [)]	20	Beim Schliessen der Klammer wird der eingeklammerte Ausdruck berechnet
[=]	26	Der Klammerausdruck wird mit dem gespeicherten Wert 6+ verarbeitet

Würde die Rechnung ohne Verwendung der Klammer eingetastet, so wäre das Ergebnis 50, da die Tasten für die Grundrechenarten die Berechnung des vorangehenden Ausdrucks veranlassen, also

2 [x] 3 [+] 4 [x] 5 = (2·3 + 4) 5 = 50

Beispiel 2: $5 - [3 \times (4-2)] = -1$

Da diese Aufgabe zwei Klammerebenen erfordert, muss man den Speicher verwenden oder umstellen gemäss

$$5 - [3 \times (4-2)] = -3\ (4-2) + 5 = -1$$

Eingabe	Anzeige	Kommentar
3 [+/-] [x]	-3	
[(] 4 [-]	4	Berechnung des Klammerinhalts
2 [)]	2	
[+]	-6	Die Taste [+] veranlasst die Berechnung von $-3 \times (4-2)$
5 [=]	-1	

Wenn man im Zweifel ist, ob und wo man Klammern setzen soil, überlege man immer, wie der Rechner ohne Klammern weiter rechnen würde. Die Taste [)] darf unmittelbar vor der Taste [=] weggelassen werden.

9. Funktionen mit Einer Veränderlichen

Die Befehle x^2, $\sqrt{x}$, $1/x$, e^x und ln beziehen sich jeweils auf die Zahl in der Anzeige. Der Rechner ermittelt die betreffenden Funktionswerte und schreibt sie in die Anzeige.

Zur Berechnung der Funktionswerte besitzt der Rechner eigene Rechenwerke; alle gespeicherten Daten bleiben daher erhalten. Das hat den Vorteil, dass man Grundrechenarten, Exponentialrechnungen und Klammerrechnungen auch unter Einbeziehung von Funktionswerten ausführen kann.

Die Berechnung der Funktionswerte nimmt bis zu einer Sekunde in Anspruch, Während dieser Zeit ist die Anzeige leer und es werden keine Daten angenommen. Einige Funktionen werden über die Doppelfunktionstaste [F] abgerufen. Hat man diese Taste versehentlich bedient, kann man den Doppelfunktionsbefehl durch nochmaliges Drücken wieder Löschen.

Im Text wird die tatsächlich abgerufene Funktion gedruckt. Bedient man etwa die Tasten [F] und [ln], so wird die Funktion e^x abgerufen und man schreibt [F] [e^x].

KEHRWERT $1/x \quad x \neq 0$

Beispiel 1: $\frac{1}{3} = 0.3333$

Eingabe	Anzeige
3 [1/x]	0.3333

Beispiel 2: Gesucht wird der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung dreier Einzelwiderstände $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 20\Omega$ und $R_3 = 4\Omega$

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 2\Omega$$

Eingabe	Anzeige
5 [1/x]	0.2
[+]	0.2
20 [1/x]	0.05
[+]	0.25
4 [1/x]	0.25
[=]	0.5
[1/x]	2

QUADRATWURZEL $\sqrt{x}$ $x \geqslant 0$

Beispiel 1: $\sqrt{\sqrt{4096}} = 8$

Eingabe	Anzeige
4096 [$\sqrt{x}$]	63.9999
[$\sqrt{x}$]	7.9999

Beispiel 2: $(6+\sqrt{8}) \times 3 = 26.4852$

Eingabe	Anzeige	Kommentar
6 [+]	6	
8 [$\sqrt{x}$]	2.8284	Die Berechnung von $\sqrt{8}$ erfolgt in einem gesonderten Rechenwerk. Die Information 6+ bleibt daher im Rechner gespeichert.
[x]	8.8284	Durch Druck auf die [x] Taste wird der Inhalt der Klammer berechnet und gleichzeitig der Multiplikationsbefehl gegeben.
3 [=]	26.4852	

QUADRAT x^2

Den Wert x^2 berechnet man mit der Taste [F] [x^2]

Beispiel: $(3 + 1.5^2)^2 = 27.5625$

Eingabe	Anzeige
3 [+]	3
1.5 [F] [x^2]	2.25

Eingabe	Anzeige
[=]	5.25
[F] [x^2]	27.5625

Diese Aufgabe lässt sich auch unter Verwendung der Klammerautomatik lösen.

NATÜRLICHER LOGARITHMUS ln x $x > 0$

Beispiel: 3 ln 432 = 18.2052

Eingabe	Anzeige
3 [x]	3
432 [ln]	6.0684
[=]	18.2052

POTENZ ZUR BASIS e e^x

Beispiel: $e^{-0.2} = 0.8187$

Eingabe	Anzeige
0.2 [+/–]	–0.2
[F] [e^x]	0.8187

HYPERBELFUNKTIONEN sinh, cosh, tanh

Die drei Hyperbelfunktionen sind wie folgt definiert:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}; \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Beispiel: sinh 0.82 = 0.915

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[MC]		beliebig
0.82 [F] [e^x]		
[M+]	2.2704	Speichern von e^x

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[1/x] [M–]	0.4404	Subtraktion von e^{-x} = $1/e^x$ vom Wert im Speicher.
[MR] [÷]	1.83	
[=]	0.915	

HYPERBEL-UMKEHRFUNKTIONEN

arsinh, arcosh, artanh

Die Definition der hyperbolischen Umkehrfunktionen lautet:

$$\text{arsinh}\, x = \ln (x + \sqrt{x^2 + 1});$$

$$\text{arcosh}\, x = \ln (x + \sqrt{x^2 - 1});$$

$$\text{artanh}\, x = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + x}{1 - x}$$

Beispiel: arsinh 0.8 = 0.7326

Eingabe	Anzeige	Kommentar
0.8 [MC] [M+]	0.8	Speichern von x um nochmaliges Eintasten zu sparen
[F] x^2	0.64	
[+] 1 [=]	1.64	
[$\sqrt{x}$]	1.2806	
[+] [MR] [=]	2.0806	
[ln]	0.7326	

10. Funktionen mit Mehreren Veränderlichen

Bei der Arbeit mit den hier aufgeführten Funktionen müssen stets mehrere Zahlenwerte eingegeben werden. Auf die Reihenfolge der Eingabe ist streng zu achten!

ALLGEMEINE EXPONENTIAL-FUNKTION y^x $y \geqq 0$

Mit Hilfe dieser Taste berechnet man den Potenzwert y^x auf folgende Weise: Eintasten von y, Druck auf die [y^x] Taste. Eintasten von x, Druck auf die [=] Taste, eine Grundrechenarten-Taste, [y^x] oder $\sqrt[x]{y}$.

Der Befehl [y^x] wird vorrangig vor den Grundrechenarten ausgeführt. Im Exponenten dürfen die Funktionen $\sqrt{x}$, x^2, ln, e^x und $1/x$ stehen. Andere Funktionen und Klammern in Exponenten sind unzulässig.

Beispiel 1: $2^{-3} = 0.125$

Eingabe	Anzeige
2 [y^x]	2
3 [+/-]	–3
[=]	0.125

Beispiel 2: $5 + 2^{\sqrt{9}} = 13$

Eingabe	Anzeige	Kommentar
5 [+]	5	
2 [y^x]	2	Der Befehl [y^x] wird vorrangig ausgeführt
9 [$\sqrt{x}$]	2.9999	Der Befehl [$\sqrt{x}$] darf im Exponenten stehen
[=]	12.9999	

Beispiel 3: $1 + 2 \times 3^4 = 163$

Eingabe	Anzeige	Kommentar
1 [+]	1	
[(] 2 [x]	2	Setzen einer Klammer, um zu vermeiden, dass 2 zu 1 addiert wird

Eingabe	Anzeige	Kommentar
3 [y^x] 4 [ )]	161.9999	$2 \times 3^4 = 162$
[=]	162.9999	

ALLGEMEINE WURZELFUNKTION

$\sqrt[x]{y}$; $y \geqq 0$

Die Funktion $\sqrt[x]{y}$ berechnet man wie folgt; Eingabe der Basis y, [F] $\sqrt[x]{y}$, Eintasten des Wurzelexponenten x, Druck auf die Taste [=], eine Grundrechenarten-Taste, [y^x] oder [F] $\sqrt[x]{y}$.

Beispiel: $\sqrt[7]{1 + 127} = 2$

Eingabe	Anzeige
[( ] 1 [+]	1
127 [ )]	128
[F] $\sqrt[x]{y}$	128
7 [=]	1.9999

Auch für die Funktion $\sqrt[x]{y}$ gelten die bei der allgemeinen Exponentialfunktion gemachten Aussagen und Einschränkungen.

REGISTERAUSTAUSCH

Bei den Grundrechenarten, der allgemeinen Exponentialfunktion und der allgemeinen Wurzelfunktion muss der Rechner jeweils zwei Zahlenwerte speichern. Dazu besitzt er die beiden Speicherregister X und Y. Der Inhalt des X-Registers wird in der Anzeige dargestellt. Nach der Betätigung der Tastenfolge 3 [+] 4 etwa enthält das Y-Register die Zahl 3 und das X-Register die Zahl 4. Die Taste [$x \leftrightarrow y$] vertauscht die Inhalte der beiden Register. Dies kann zum Überprüfen einer bereits eingegebenen Zahl und zur Vereinfachung mancher Rechnungen verwendet werden.

Beispiel 1: Rückruf einer Zahl bei der Berechnung von 25.44 ÷ 9 = 2.8266

Eingabe	X-Register (Anzeige)	Y-Register	Kommentar
25.44	25.44	beliebig	
[÷]	25.44	25.44	Der Zähler wird im Y-Register gespeichert
9	9	25.44	9 hat die Zahl im X-Register überschrieben; 25.44 ist weiterhin gespeichert
[x↔y]	25.44	9	Rückruf des Zählers
[x↔y]	9	25.44	Alter Zustand
[=]	2.8266	0	

Beispiel 2: $\frac{20}{(4 + 3)\ 1.4} = 2.0408$

Um die Verwendung von Speicher oder Klammern zu umgehen, berechnet man zuerst den Nenner.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
4 [+]	4	
3 [x]	7	
1.4 [÷]	9.8	Der Nenner ist berechnet.
20 [x↔y]	9.8	Damit man nicht fälschlicherweise Nenner durch Zähler teilt, tauscht man den Inhalt des X-Registers, 20 gegen den des Y-Registers, 9.8 aus.
[=]	2.0408	Es wurde 20 durch 9.8 geteilt.

LOGARITHMUS ZU EINER BELIEBIGEN BASIS $\log_a b$

$a > 0$; $b > 0$ Den Logarithmus von b zur Basis a, also $\log_a b$ erhält man aus der Gleichung:

$$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$$

Beispiel: $\log_2 423 = 8.7245$

Eingabe	Anzeige
423 [ln] [÷]	6.0473
2 [ln]	0.6931
[=]	8.7245

PROZENTRECHNUNG

Die Prozenttaste [%] arbeitet mit den Grundrechenarten-Tasten zusammen. Die folgende Tabelle, in der x jeweils das in der Anzeige stehende Endergebnis ist, zeigt die Rechenmöglichkeiten.

Eingabe	Sprechweise	Rechenvorschrift
a [x] b [%] [=]	x ist b% von a	$x = \frac{a \cdot b}{100}$
a [÷] b [%] [=]	a ist b% von x	$x = \frac{a \cdot 100}{b}$
a [+] b [%] [=]	x ist a + (b% von a)	$x = a\,(1 + \frac{b}{100})$
a [−] b [%] [=]	x ist a − (b% von a)	$x = a\,(1 - \frac{b}{100})$

Beispiel 1: Eine Ware ist mit 427 DM ausgezeichnet. Man kauft sie mit 2% Skonto. Wie gross sind Prozentwert und Barpreis?

Eingabe	Anzeige	Kommentar
427 [−]	427	Grundpreis
2 [%]	8.54	Prozentwert
[=]	418.46	Barpreis

Beispiel 2: Einem Händler wird eine Ware zu DM 245,– angeboten. Er erhält 15% Rabatt und 2% Skonto, muss aber DM 8,50 Bezugskosten tragen. Wie teuer kann er anbieten, wenn er mit 18% Handlungskosten und 7% Gewinn rechnet?

Eingabe	Anzeige	Kommentar
245 [−]	245	Angebot
15 [%]	36.75	Rabatt
[−] 2 [%]	4.17	Skonto
[+] 8.5	8.5	Bezugskosten
[+]	212.59	Bezugspreis
18 [%]	38.27	Handlungskosten
[+] 7 [%]	17.56	Gewinn
[=]	268.41	Verkaufspreis DM 268,41

Beispiel 3: 125 ist 25% von weicher Zahl?

Eingabe	Anzeige	Kommentar
125 [÷]	125	
25 [%] [=]	500	125 ist 25% von 500

Beispiel 4: Schrittweise Berechnung eines Näherungswertes. Ein Kaufmann möchte seinen Umsatz innerhalb von 7 Jahren von 4,2 Mio DM auf 10 Mio DM hochschrauben. Um wieviel Prozent muss sich der Umsatz jährlich ausweiten?

Zur Lösung dieses Problems schätzt man zunächst den Prozentsatz z und berechnet den Umsatz nach 7 Jahren. Anhand dieses Ergebnisses korrigiert man den Prozentsatz und kommt so dem gesuchten Wert schrittweise näher. Der erste Schätzwert sei z_1 = 10%. Der Umsatz bei 10% jährlicher Steigerung ist dann nach 7 Jahren:

Eingabe	Anzeige	Kommentar
4.2	4.2	Ausgangsumsatz
[+] 10 [%] [=]	4.62	Umsatz nach 1 Jahr
[+] 10 [%] [=]	5.082	Umsatz nach 2 Jahren
⋮		
[+] 10 [%] [=]	8.1846	Umsatz nach 7 Jahren

Der Umsatz nach sieben Jahren liegt bei 10% jährlicher Steigerung unter dem gesteckten Ziel. Der Prozentsatz muss also erhöht werden, etwa auf z_2 = 15%. Zur Vereinfachung der Rechnung gibt man den Prozentsatz in den Speicher und nutzt die Tatsache aus, dass bei der Arbeit mit der [+] Taste das vorherige Bedienen der Taste [=] entfallen darf.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
15 [MC] [M+]	15	
4.2 [+]	4.2	
[MR] [%] [+]	4.83	
[MR] [%] [+]	5.5545	7 Eingabezeilen
⋮ ⋮	⋮	
[MR] [%] [=]	11.172	

Bei z_2 = 15% ist der Umsatz nach sieben Jahren etwas höher als gefordert. Man wählt daher ein etwas kleineres z_3 und berechnet den Umsatz nach dem gleichen Schema wie bei z_2. Schrittweise erhält man:

Prozentsatz	Umsatz nach 7 Jahren
10	8.1846
15	11.172
13	9.8809
13.2	10.004

Der letzte Wert, z_4 = 13.2% ist genügend genau. Mit der im Kapitel 9.4 beschriebenen linearen Interpolation kann man einen guten Näherungswert noch schneller erhalten.

PROZENTUALE ABWEICHUNG

Die Taste [Δ%] berechnet die prozentuale Abweichung

$$\Delta\% = \frac{\text{Zahl - Grundwert}}{\text{Grundwert}}$$

Sie wird wie folgt ermittelt: Eingabe des Grundwertes (100%-Wert), [Δ%], Eingabe der Zahl, [=] oder Grundrechenarten-Taste. Die Funktion Δ% darf nicht innerhalb von Klammern stehen und muss bei Kettenrechnungen am Anfang verwendet werden.

Beispiel 1: Der Mittelwert einer messreihe beträgt 4.27. Wie gross ist die prozentuale Abweichung der Messung 4.18 vom Mittelwert?

Eingabe	Anzeige	Kommentar
4.27 [Δ%]	4.27	Mittelwert = 100%
4.18 [=]	–2.1077	Die Messung liegt 2.1077% unter dem Mittelwert

Beispiel 2: Ein Produkt wird für DM 11,23 gekauft und für DM 15,40 verkauft. Wieviel Prozent beträgt der Aufschlag auf den Einkaufspreis?

Eingabe	Anzeige	Kommentar
11.23 [Δ%]	beliebig	Einkaufspreis = 100%
15.4 [=]	37.1326	Der Aufschlag beträgt 37.1326%

CASH-FLOW-ANALYSE

Die Taste [CFL] ermöglicht die Lösung verschiedener Investitions-und Rendite—Probleme. Bei diesen Berechnungen werden die rechnerinternen Finanzregister Benötigt. Man muss sie daher vor Beginn der Eingaben unbedingt löschen. Die Dateneingabe erfolgt über die Tasten [i] und [CFL]. Die Zeitspannen, über die die mit [i] und [CFL] eingegebenen Grössen laufen, müssen gleich sein. Werden etwa monatlich die Zinsen berechnet, müssen auch die Raten monatlich gezahlt werden. Jeweils im Anschluss an die Bedienung der Taste [CFL] erscheint in der Anzeige die Anzahl der mit [CFL] eingegebenen Daten. Das Ergebnis ruft man mit der Tastenkombination [F] [CFL] ab.

Beispiel 1: Höhe eines Darlehens bei gegebenem Tilgungsplan. Welches Darlehen kann man zu 1,5% Zinsen im Monat aufnehmen, wenn folgende Monatsraten zurückgezahlt werden können: 1. Rate DM 1.000,-; 2. Rate DM 1.000, -; 3. Rate DM 2.000, -; 4. Rate DM 3.000, - und 5. Rate DM 5.000, -?

Eingabe	**Anzeige**	**Kommentar**
[F] [C/CE]	0	Löschen der Finanz-Register
1.5 [i]	1.5	Zinssatz
1000 [CFL]	1	1. Rate
1000 [CFL]	2	2. Rate
2000 [CFL]	3	3. Rate
3000 [CFL]	4	4. Rate
5000 [CFL]	5	5. Rate
[F] [CFL]	11336.37	Mögliche Darlehenshöhe

Bei den angegebenen Raten kann man ein Darlehen von DM 11.336,37 zu 1.5% Zinsen pro Monat aufnehmen.

Auch nach Ermittlung des Endergebnisses können weitere Daten eingegeben werden. Wird bei dem obigen Beispiel etwa eine sechste Monatsrate zu DM 3.500, – entrichtet, so erhöht sich der Darlehensbetrag auf DM 14.537,27.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
	11336.37	Diese Anzeige steht noch vom ersten Teil des Beispiels in der Anzeige
3500 [CFL]	6	6. Rate
[F] [CFL]	14537.27	Neue Darlehenshöhe

Ist es dem Schuldner in einem bestimmten Zeitraum nicht möglich, Zahlungen zu leisten, tastet man 0 [CFL]. Benötigt der Schuldner in einem bestimmten Monat Kapital anstatt zurückzuzahlen, gibt man diesen Betrag mit negativem Vorzeichen ein. Im vorliegenden Beispiel möchte der Schuldner im 7. Monat einen Betrag von DM 1.900, – ausbezahlt erhalten. Dann verringert sich der ursprüngliche Darlehensbetrag auf DM 12.825,32.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
	14537.27	Dieser Betrag steht noch vom zweiten Teil des Beispiels in der Anzeige
1900 [+/-]		
[CFL]	7	Auszahlung im 7. Monat
[F] [CFL]	12825.32	Neue Darlehenshöhe

Beispiel 2: Renditeberechnung. Eine Firma investiert in die Herstellung eines Produkts DM 500.000, –. Der Verkaufserlös beträgt im ersten Jahr DM 15.000, – und in den folgenden Jahren DM 120.000, –; DM 450.000, – ; DM 400.000, – und DM 10.000, – .

Wie hoch ist die Rendite? Da bei diesem Problem der Prozentsatz i unbekannt ist, muss man zunächst einen Wert für i schätzen und findet dann anhand des Rechenergebnisses bessere Werte für i. Als ersten Schätzwert wählt man eine Rendite von $i_1 = 10\%$.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE]	0	Löschen der Finanz-Register
10 [i]	10	Schätzwert für die Rendite
15 [CFL]	1	Erlös im ersten Jahr. Um handliche Zahlen zu erhalten, arbeitet man mit Einheiten zu DM 1000,-
120 [CFL]	2	
450 [CFL]	3	
400 [CFL]	4	
10 [CFL]	5	Erlös im fünften Jahr
[F] [CFL]	730.3161	Investition DM 500.000,-

Da das mit 10% Rendite berechnete Investitionsvolumen grösser ist als des tatsächliche, wird die Rendite höher als 10%. Als neuen Ansatz wählt man $i_2 = 20\%$ und erhält bei der Rechnung nach obigem Schema ein Investitionsvolumen von 0.55 Mio.

Weitere verbesserte Schätzwerte zeigt folgende Tabelle:

Rendite	Investition in Mio DM
10%	0.73
20%	0.55
25%	0.48
24%	0.4987
23.9%	0.5000

Da nach jedem Druck auf die Taste [CFL] die Anzahl der eingegebenen Daten in der Anzeige erscheint, kann man diese Taste bei anderen Rechenproblemen auch als Postenzähler einsetzen.

KOSTENRECHNUNG

Die Taste [CST], [SEL] und [MRG] werden für die Kostenrechnung verwendet.

Sie haben die Bedeutung

CST = Einkaufspreis (cost price)
SEL = Verkaufspreis (selling price)
MRG = Gewinnspanne in Prozent (margin)

Der Zusammenhang zwischen den drei Grossen ist gegeben durch

$$MRG = \frac{SEL - CST}{SEL}$$

Zur Berechnung einer dieser Grossen gibt man die beiden anderen ein und ruft das Ergebnis mit der Taste [F] gefolgt von der Taste für die gesuchte Grosse ab. Die Reihenfolge der Eingabe ist beliebig.

Beispiel: Gesucht ist der Verkaufspreis zweier Artikel, die im Einkauf DM 0,57 und DM 1,50 kosten und mit einer Gewinnspanne von 34% kalkuliert werden.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE]	0	Löschung der Finanz-Register
34 [MRG]	34	Gewinnspanne
0.57 [CST]	0.57	Einkaufspreis
[F] [SEL]	0.86	Verkaufspreis
1.5 [CST]	1.5	Zweiter Einkaufspreis. Die Gewinnspanne muss nicht erneut eingelesen werden
[F] [SEL]	2.27	Verkaufspreis

11. Finanzmathematische Funktionen

Einführung

Die Finanzmathematik ist ein Teilgebiet der angewandten Mathematik. Innerhalb der Wirtschaftsmathematik steht sie zwischen dem kaufmännischen Rechnen und der Versicherungsmathematik. Sie liefert das rechnerisch-technische Rüstzeug für die Behandlung langfristiger Kapitalvorgänge, d.h. der Hergabe, Verzinsung und Rückzahlung von Kapital. Eine besondere Rechnung ist deshalb nötig, weil sich sonst der Einfluss der Zinseszinsen auf derartige Kapitalbewegungen nur schwer übersehen lässt.

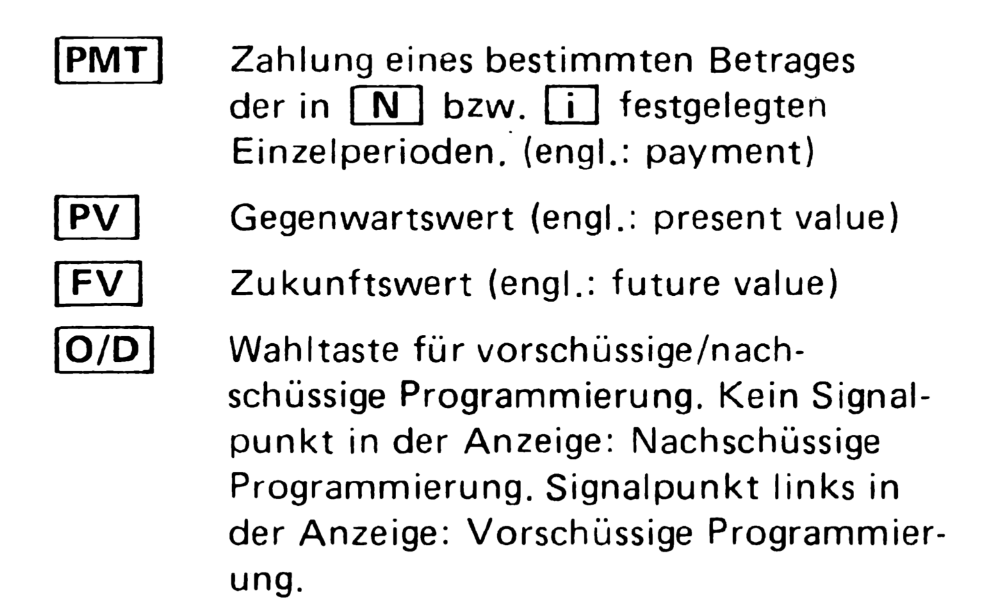
Für diese besondere Rechnung sind Logarithmen sehr von Nutzen. Vor nicht allzulanger Zeit musste das Rechnen mit Logarithmen noch zeitraubend über Logarithmentafeln erfolgen. Seit einigen Jahren verkürzen diese Arbeit elektronische Taschenrechner, mit denen das logarithmische Rechnen sehr erleichtert und verbessert wurde.

Mit dem Rechner F4902, in dem die für finanzmathematische Berechnungen notwendigen Formeln fest programmiert sind, kann nunmehr die Rechenzeit nochmals erheblich verkürzt werden. Ausserdem wird die Fehlerquelle einer Falscheingabe dieser Formeln von vorne herein ausgeschaltet.

Die einzelnen finanzmathematischen Formelteile sind im Rechner F4902 in folgende Tasten aufgeteilt:

[N] Laufzeit; hier ist die Anzahl der einzelnen Perioden (Jahre, Monate, Tage) einzugeben, nach denen jeweils ein Zinseszinseffekt (z.B. Kontoabschluss oder Zinskapitalisierung) eintritt.

[i] Zinssatz; d.h. Zinssatz (jährlich, monatlich, täglich) für die in [N] eingegebene oder errechnete Einzelperiode.



PMT Zahlung eines bestimmten Betrages der in N bzw. i festgelegten Einzelperioden. (engl.: payment)

PV Gegenwartswert (engl.: present value)

FV Zukunftswert (engl.: future value)

O/D Wahltaste für vorschüssige/nachschüssige Programmierung. Kein Signalpunkt in der Anzeige: Nachschüssige Programmierung. Signalpunkt links in der Anzeige: Vorschüssige Programmierung.

Mit diesem Tasten werden nunmehr die bekannten Perioden, Zinssätze und Beträge eingegeben. Der zu errechnende noch unbekannte Wert wird über die Tastenfolge: F (compute) und Taste des gesuchten Wertes abgerufen.

Es müssen also bei jeder Berechnung zunächst drei Daten eingelesen werden, bevor man die unbekannte vierte Grösse mit F abrufen kann. Nur dann, wenn man das gleiche Rechenprogramm mehrmals durchläuft und in den weiter unten geschilderten Fällen genügt es, vor Abruf der Unbekannten allein die Grösse einzugeben, die sich geändert hat.

Da bei finanzmathematischen Berechnungen die rechnerinternen Finanzregister belegt werden, müssen diese in manchen Fällen vor Ausführung einer neuen Berechnungstype mit der Tastenfolge F C/CE gelöscht werden.

Bei den folgenden Beispielen wird vorausgesetzt, dass die Finanzregister vor jeder Berechnung gelöscht sind.

Dieses Löschen ist zur Vermeidung von Fehlern allgemein zu empfehlen. Möchte man bei der Aufstellung eigener Programmkombinationen das Löschen jedoch vermeiden um bereits eingegebene Daten weiterverwenden zu können, sind folgende Regeln zu beachten: Aus den 5 Finanzmathematik-Tasten werden jeweils 4 für ein Programm benötigt. Dabei ergeben sich 3 sinnvolle Gruppen von Tastenkombinationen (Reihenfolge beliebig):

Gruppe A: [i], [N], [PV], [FV]
Gruppe B: [i], [N], [PMT], [PV]
Gruppe C: [i], [N], [PMT], [FV]

Mit [F] [C/CE] gelöscht werden **muss**, wenn man die Gruppe **wechselt** und folgende Grössen berechnen möchte:

[F] [PV] in Gruppe A,
[F] [PMT] in Gruppe B
[F] [FV] in Gruppe C
[F] [i] in Gruppe C
[F] [N] in Gruppe C
[F] [i] in Gruppe A
[F] [N] in Gruppe A

Nicht gelöscht werden muss beim Rechnen innerhalb der selben Gruppe oder bei einem nicht in der obenstehenden Tabelle aufgeführten Übergang.

Der Konstantenspeicher wird beim Löschen mit [C] [C/CE] nicht berührt. Er kann bei allen finanzmathematischen Berechnungen verwendet werden. Ebenso ist es möglich alle in den Abschnitten 9 und 10 beschriebenen Funktionen mit Ausnahme von [CFL] innerhalb der finanzmathematischen Berechnungen zu verwenden. Die Tasten [N], [i], [PMT], [PV] und [FV] dürfen jedoch nicht innerhalb von Klammern gedrückt werden.

NORMALPROGRAMME

Endkapital ist gesucht

Beispiel: Ein Kapital von DM 10.000 wird mit 4% p.a. verzinst. Wie ist der Kapitalstand nach 10 Jahren?

Eingaben:

Jahre	10	[N]
Zinssatz	4	[i]

Anfangs-kapital	10000	[PV]	
Endkapital		[F] [FV]	14.802, 44 DM

Anfangskapital ist gesucht

Beispiel: Welcher Betrag muss angelegt werden, damit bei einem Zinssatz von 5% p.a. nach 7 Jahren ein Endkapital von DM 10.000 zur Verfügung steht?

Eingaben:

Jahre	7	[N]	
Zinssatz	5	[i]	
Endkapital	10000	[FV]	
Anfangs-kapital		[F] [PV]	7.106,81 DM

Laufzeit ist gesucht

Beispiel: Wieviele Jahre muss ein Kapital von DM 100.000 bei einem Zinssatz von 8% p.a. angelegt sein, um ein Endkapital von DM 200.000 zu erreichen?

Eingaben:

Zinssatz	8	[i]	
Anfangs-kapital	100000	[PV]	
Endkapital	200000	[FV]	
Laufzeit		[F] [N]	9,01 Jahre

Zinssatz ist gesucht

Beispiel: Bei welchem Zinssatz werden innerhalb von 10 Jahren aus einem Anlagebetrag von DM 15.000 DM 20.000?

Eingaben:

Jahre	10	[N]	
Anfangs-kapital	15000	[PV]	
Endkapital	20000	[FV]	
Zinssatz		[F] [i]	2,92% p.a.

Kapitalverdopplung gesucht

Beispiele:

a) Wann verdoppelt sich ein Kapital bei einem Zinssatz von 7% p.a.?

Eingaben: 7 [i]
1 [PV]
2 [FV]
[F] [N] 10,245 Jahre

b) Bei welchem Zinssatz verdoppelt sich ein Kapital innerhalb von 5 Jahren?

Eingaben: 5 [N]
1 [PV]
2 [FV]
[F] [i] 14,87% p.a.

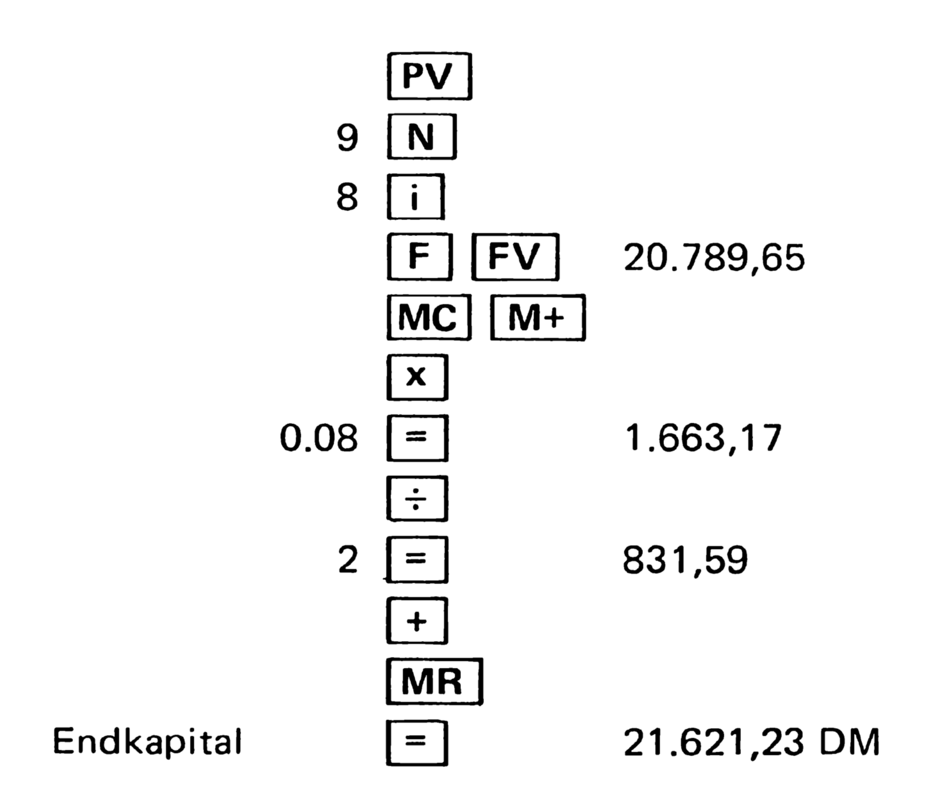
Kapitalanlage bei der am Anfang und am Ende der Anlagelaufzeit ein volles Zinsjahr nicht gegeben ist.

Beispiel: Ein Kapital von DM 10.000 wird vom 30.6.1974 bis zum 30.6.1984 zu 8% p.a. angelegt. Eine Zinskapitalisierung erfolgt jeweils nur zum Jahresultimo. Welches Endkapital ergibt sich?

Hinweis: Die beiden Halbjahre werden mit Zinsformel:

$$\frac{\text{Kapital x Zinssatz x Tage}}{100 \times 360} = \text{Zins berechnet.}$$

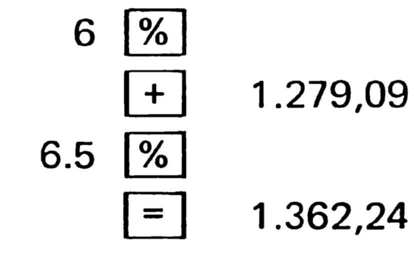
Eingaben: 10000 [MC] [M+]
[x]
0.08 [=] 800
[÷]
2 [=] 400
[+]
[MR]
[=] 10,400



Kapitalanlage bei wechselndem Jahreszins (z.B. Bundesschatzbriefe ansteigend)

Beispiel: Ein Kapital von DM 1.000 wird
im 1. Jahr mit 3,50% p.a.
im 2. Jahr mit 4,75% p.a.
im 3. Jahr mit 5,25% p.a.
im 4. Jahr mit 5,75% p.a.
im 5. Jahr mit 6,00% p.a.
im 6. Jahr mit 6,50% p.a.
verzinst, wobei die Zinsen jeweils kapitalisiert werden. Wie hoch ist der Effektivzins für die gesamte Laufzeit?

1. Eingabe: 1000 [+]
3.5 [%]
[+] 1.035
4.75 [%]
[+] 1.084,16
5.25 [%]
[+] 1.141,08
5.75 [%]
[+] 1.206,69



2. Eingabe: [FV]

6 [N]

1000 [PV]

Effektivzins [F] [i] 5,29% p.a.

RATENSPAREN BZW. RENTEN: ZINSESZINSEFFEKT NACH JEDER ANLAGE

Vorschüssige Anlage bzw. Rente

Endwert der vorschüssigen Anlage bzw. Rente (einmal jährlich)

Beispiel: Jemand zahlt 5 Jahre lang am Anfang eines jeden Jahres DM 1.200 auf ein Konto ein. Zinssatz = 3,5% p.a. Wieviel besitzt er nach 5 Jahren?

Eingaben:

Vorschüssige Programmierung [F] [C/CE]

[O/D]

Jahre 5 [N]

Zinssatz 3.5 [i]

Rate 1200 [PMT]

Endkapital [F] [FV] 6.660,18 DM

Endwert der vorschüssigen Anlage bzw.Rente (einmal monatlich)

Beispiel: Jemand zahlt 5 Jahre lang am Anfang eines jeden Monats DM 100 auf ein Konto ein. Zinssatz = 3,5% p.a. Wieviel besitzt er nach 5 Jahren?

Eingabe:

Vorschüssige Programmierung		[F] [C/CE] [O/D]	
Monate	60	[N]	
Zinssatz 3.5 : 12 =	0.2916	[i]	
Rate	100	[PMT]	
Endkapital		[F] [FV]	6.565,71 DM

Barwert der vorschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Durch welchen Betrag kann eine jährlich vorschüssige Rente von DM 1.200 sofort abgelöst werden, die bei einem Zinssatz von 3,5% p.a. 5 Jahre lang zu zahlen wäre?

Eingabe:

Vorschüssige Programmierung		[F] [C/CE] [O/D]	
Jahre	5	[N]	
Zinssatz	3.5	[i]	
Rate	1200	[PMT]	
Barwert		[F] [PV]	5.607,70 DM

Barwert der vorschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Durch welchen Betrag kann eine monatlich vorschüssige Rente von DM 100 sofort abgelöst werden, die bei einem Zinssatz von 3,5% p.a. 5 Jahre lang zu zahlen wäre?

Eingabe:

Vorschüssige Programmierung		[F] [C/CE] [O/D]
Monate	60	[N]

Zinssatz 3.5 : 12 =	0.2916	[i]	
Rate	100	[PMT]	
Barwert		[F] [PV]	5.513,03 DM

Laufzeit und Zinssatz vorschüssiger Anlagen und Renten werden analog den Beispielen bei nachschüssiger Anlage berechnet. Es muss lediglich mittels Taste [O/D] dafür gesorgt sein, dass der Signalpunkt "vorschüssig" links in der Anzeige steht.

Nachschüssige Anlage bzw. Rente

Endwert der nachschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Jemand zahlt 5 Jahre lang am Ende eines jeden Jahres DM 1.200 auf ein Konto ein. Zinssatz = 6% p.a. Wieviel besitzt er nach 5 Jahren?

Eingaben:

Jahre	5	[N]	
Zinssatz	6	[i]	
Rate	1200	[PMT]	
		[F] [FV]	6.764,51 DM

Endwert der nachschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Jemand zahlt 5 Jahre lang am Ende eines jeden Monats DM 100 auf ein Konto ein. Zinssatz 6% p.a. Wieviel besitzt er nach 5 Jahren?

Eingaben:

Monate	60	[N]	
Zinssatz 6 : 12 =	0.5	[i]	
Rate	100	[PMT]	
Endkapital		[F] [FV]	6.977,-- DM

Barwert der nachschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Durch welchen Betrag kann eine Rente von DM 1.200 sofort abgelöst werden, die bei einem Zinssatz von 6% p.a. 5 Jahre lang am Ende eines jeden Jahres zu zahlen wäre?

Eingaben:

Jahre	5	[N]	
Zinssatz	6	[i]	
Rate	1200	[PMT]	
Ablösbetrag		[F] [PV]	5.054,84 DM

Barwert der nachschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Durch welchen Betrag kann eine Rente von DM 1.200 sofort abgelöst werden, die bei einem Zinssatz von 6% p.a. 5 Jahre lang am Ende eines jeden Monats zu zahlen wäre?

Eingaben:

Monate	60	[N]	
Zinssatz 6 : 12 =	0.5	[i]	
Rate	100	[PMT]	
Ablösebetrag		[F] [PV]	5.172,56 DM

Zinssatz der nachschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Jemand zahlt 5 Jahre lang am Ende eines jeden Jahres DM 1.200 auf ein Konto ein und erreicht ein Endkapital von DM 6.764,51. Wie hoch muss der Zinssatz p.a. sein?

Eingaben:

Jahre	5	[N]	
Rate	1200	[PMT]	
Endkapital	6764.51	[FV]	
Zinssatz p.a.		[F] [i]	5,999% p.a.

Zinssatz der nachschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Jemand zahlt 5 Jahre lang am Ende eines jeden Monats DM 100 auf ein Konto ein und erreicht ein Endkapital von DM 6.977,-- Wie hoch muss der Zinssatz p.a. sein?

Eingaben:

Monate	60	[N]	
Rate	100	[PMT]	
Endkapital	6977	[FV]	
Zinssatz mtl.		[F] [i]	0,4999%
		[x]	
Zinssatz jährl.	12	[=]	6,000% p.a.

Zahlung der nachschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Jemand will nach 5 Jahren bei einem Zinssatz von 6% p.a. ein Endkapital von DM 6.764,51 erreichen. Wie hoch muss seine nachschüssige jährliche Anlage sein?

Eingaben:

Jahre	5	[N]	
Zinssatz	6	[i]	
Endkapital	6764.51	[FV]	
jährl. Anlage		[F] [PMT]	1.200,00 DM

Zahlung der nachschüssigen Anlage bzw. Rente

Beispiel: Jemand will nach 5 Jahren bei einem Zinssatz von 6% p.a. ein Endkapital von DM 6.977,-- erreichen. Wie hoch muss seine nachschüssige monatliche Anlage sein?

Eingaben:

Monate	60	[N]	
Zinssatz 6 : 12 =	0.5	[i]	
Endkapital	6977	[FV]	
Monatl. Anlage		[F] [PMT]	100,-- DM

RATENSPAREN/SPAREINLAGEN

Bei einem Sparkonto wird eine während des Jahres geleistete Einzahlung vom Tag der Einzahlung bis zum Jahresende verzinst. Die Zinsen werden am Jahresende kapitalisiert. Während des Jahres tritt kein Zinseszinseffekt auf.

Erfolgen die Einzahlungen regelmässig in gleicher Höhe, kann der bis Jahresende anfallende Zinsbetrag aus der Summe der Einzahlungen anhand eines Multiplikators α) errechnet werden:

bei regelmässiger Zahlung am eines jeden	Anfang	Ende
Monats	$\alpha =$ 0,065	$\alpha =$ 0,055
Vierteljahres	$\alpha =$ 0,025	$\alpha =$ 0,015
Halbjahres	$\alpha =$ 0,015	$\alpha =$ 0,005

Das Guthaben am Jahresende (Einzahlungen + Zinsen) entspricht dem Rentenbetrag einer jährlich nachschüssigen Rente.

Formel: Jahresendbetrag = Rate x Ratenanzahl + Rate x Zinssatz x α

Erfolgt die regelmässige Zahlung über mehrere Jahre hinweg, so entspricht das auflaufende Sparguthaben dem/Endwert der nachschüssigen Rente (→48)

Guthaben am Jahresende ist gesucht (= nachschüssiger Rentenbetrag)

Beispiel: Jemand zahlt 12 Monate lang am Anfang eines jeden Monats DM 100 auf ein Sparkonto ein. Zinssatz = 5% p.a. Wie hoch ist das Guthaben am Jahresende?

Eingaben:

Perioden	12	[x]
Rate	100	[=]
		[MC] [M+]
Rate	100	[x]

Zinssatz	5	[x]	
Multiplikator (→51)	0.065	[=]	
		[+]	
		[MR]	
Guthaben		[=]	1.232,50

Bei Zahlung über mehrere Jahre hinweg, weiter mit → Endwert der nachschüssigen Rente (→48).

Sparrate ist gesucht gesucht

Beispiel: Welcher Betrag muss am Anfang eines jeden Monats auf ein Sparkonto eingezahlt werden, damit bei einem Zinssatz von 5% p.a. das Guthaben am Jahresende DM 1.232,50 beträgt?

Eingaben:

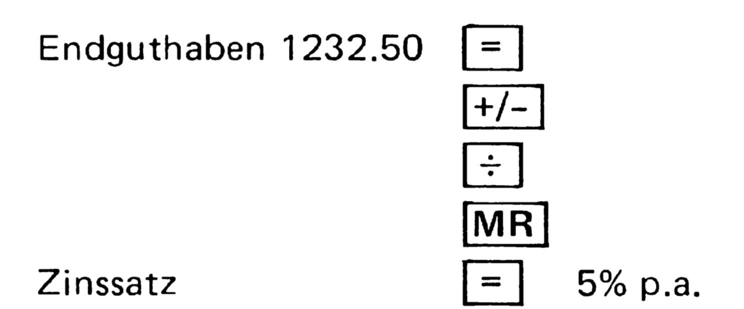
Zinssatz	5	[x]	
Multiplikator	0.065	[+]	
Perioden	12	[=]	
		[MC] [M+]	
Endguthaben	1232.50	[÷]	
		[MR]	
Monatl. Betrag		[=]	100 DM

Zinssatz ist gesucht

Beispiel: Welcher Zinssatz ist erforderlich, um bei einer Einzahlung von DM 100 am Anfang eines jeden Monats am Jahresende ein Guthaben von DM 1.232,50 zu erhalten?

Eingaben:

Rate	100	[x]
Multiplikator	0.065	[=]
		[MC] [M+]
Rate	100	[x]
Perioden	12	[−]



Endguthaben	1232.50	[=]	
		[+/-]	
		[÷]	
		[MR]	
Zinssatz		[=]	5% p.a.

AUSZAHLPLAN

Laufzeit ist gesucht

Beispiel: Jemand besitzt ein Sparguthaben von DM 50.000 das mit 7% p.a. verzinst wird.

Wie lange können am Anfang eines jeden Monats DM 400 abgehoben werden, bis das vorhandene Kapital verbraucht ist?

Analyse: Das Sparguthaben von DM 50.000 entspricht dem Barwert einer nachschüssigen Rente r, die N Jahre zu zahlen ist. Der Rentenbetrag r entspricht dem Sparguthaben eines Jahres bei einer monatlichen Sparrate von DM 400.

Eingaben:

(1) Ratensparen, wobei das Guthaben am Jahresende gesucht ist (→51) = DM 4.982,--

(2) Barwert der nachschüssigen Rente, wobei die Laufzeit gesucht ist:

Zinssatz	7	[i]	
Rate	4982	[PMT]	
Anfangskapital	50000	[PV]	
Zahl der Fahre		[F] [N]	17,92 Jahre

Die unterjärige monatliche Auszahlung ist gesucht

Beispiel: Jemand besitzt ein Sparguthaben von DM 50.000, das mit 7% p.a. verzinst wird. Welcher Betrag darf am Anfang eines jeden Monats abgehoben werden, damit das vorhandene Kapital 17,92 Jahre ausreicht?

Eingaben:

(1) Barwert der nachschüssigen Rente, wobei der Rentenbetrag gesucht ist:

Jahre	17.92	[N]	
Zinssatz	7	[i]	
Anfangs-kapital	50000	[PV]	
Machschüssige Rente p.a.		[F] [PMT]	4.981,99 DM

(2) Ratensparen, wobei die Sparrate gesucht ist (→52). Der oben ermittelte Rentenbetrag entspricht dem Sparguthaben am Jahresende.

= DM 400

Das Endguthaben ist gesucht

Beispiel: Jemand besitzt ein Sparguthaben von DM 50.000, das sich zu 7% p.a. verzinst. Wie hoch ist das Sparguthaben nach 20 Jahren, wenn am Anfang eines jeden Monats DM 200 abgehoben werden?

Analyse:

*Bliebe das Sparguthaben unberührt, würde es in 20 Jahren ein Endguthaben von

$K_{20} = 50.000 \times q^{20}$

aufweisen (Zinseszinsrechnung).

*Die laufende Entnahme entspricht einer Rente auf 20 Jahre, der Rentenbetrag dabei dem Sparguthaben eines Jahres bei einer monatlichen Sparrate von DM 200.

*Das Endguthaben saldiert mit dem Endbetrag der Rente ergibt das Sparguthaben nach 20 Jahren.

Eingaben:

1. Zinseszins, wobei das Endkapital gesucht ist (→42) = DM 193.484,22

2. Ratensparen, wobei das Guthaben am Jahresende gesucht ist (→51) = DM 2.491,--

3. Endwert der nachschüssigen Rente (→48) = DM 102.119,77

4. Saldierung (= 1 - 3) = DM 91.364,45

Anfangsguthaben ist gesucht

Beispiel: Jemand will am Anfang eines jeden Monats DM 400 von einem Sparkonto abheben, das sich zu 7% p.a. verzinst. Wie hoch muss das Anfangsguthaben sein, damit das vorhandene Kapital erst nach 17,92 Jahren verbraucht ist?

Eingaben:

(1) Ratensparen, wobei das Guthaben am Jahresende gesucht ist (→51) = DM 4.982,--

(2) Barwert der nachschüssigen Rente (→49) = DM 50.000

SONDERPROGRAMME

Effektiver Zinssatz bei unterjähriger Zinszahlung oder Kontoabschluss

Beispiel: Wie hoch ist der effektive Zinssatz p.a., wenn der Nominalzins 12% beträgt und die Zinsen monatlich/vierteljährlich/halbjährlich verrechnet werden. Angenommenes Kapital = 100

Analyse: Der Nominalzins (p) wird auf die Zinsperiode (m) umgerechnet, ein Kapital (K) mit dem sich ergebenden Wert $(\frac{p}{m})$ über m Perioden verzinses-zinst. Zieht man das Kapital vom Endwert ab, verbleibt der effektive Zins p.a.

Eingaben:	I. 1/2j.	II. 1/4j.	III. mtl.	
Periode	2	4	12	[N]
Zinssatz	12	12	12	[÷]
Periode	2	4	12	[=]
				[i]
Anfangs-kapital	100	100	100	[MC] [M+]
				[PV]
				[F] [FV]
				[−]
				[MR]
effektiver Zins*	12,360% p.a.	12,551% p.a.	12,683% p.a.	[=] ***

Nominalzinssatz bei unterjähriger Zinszahlung oder Kontoabschluss

Beispiel: Wie hoch muss der Nominalzins sein, wenn die Zinsen halbjährlich/vierteljährlich/monatlich verrechnet werden und ein effektiver Zinssatz (siehe unten) erzielt werden soll?

Eingaben:	I. 1/2j.	II. 1/4j.	III. mtl.	
Periode	2	4	12	[N]
Anfangs-kapital	100	100	100	[MC] [M+]
				[PV]
Effektiv-zins	12,360	12,551	12,683	[+]
				[MR]
				[=]
				[FV]
				[F] [i]
				[x]
Periode	2	4	12	[=] ***
Nominal-zins***	12% p.a.	12% p.a.	12% p.a.	

ANWENDUNG DES RECHNERS BEI UNTERJÄHRIGEN BERECHNUNGEN

(Zahlungen/Kontoabschüssen) im gesamten finanzmathematischen Bereich des F4902

Bei unterjährigen Berechnungen müssen entsprechend Sonderprogramm (→55) die Eingaben in [N] [i] [PMT] wie folgt multipliziert bzw. dividiert werden, wobei das über [F] [N] [F] [i] oder [F] [PMT] ausgewiesene Ergebnis wieder entsprechend multipliziert oder dividiert werden muss.

Eingabe	**1/2j.**	**1/4j.**	**mtl.**
[N]	x 2	x 4	x 12
[i]	: 2	: 4	: 12
[PMT]	: 2	: 4	: 12
Ergebnis			
[N]	: 2	: 4	: 12
[i]	x 2	x 4	x 12
[PMT]	x 2	x 4	x 12

BERECHNUNG VON HYPOTHEKEN (ODER AUCH KAPITALVERBRACH) DURCH NACHSCHÜSSIGE RENTEN

Errechnung von Tilgungssatz oder Annuitätensatz

Annuitätensatz ist gesucht

Beispiel: Eine Hypothek von DM 100 läuft bei einem Zinssatz von 6% p.a. 20 Jahre. Wie hoch ist der Annuitätensatz?

Hinweis: Bei unterjährigen Zahlungen ist entsprechend (→57) zu verfahren.

Eingaben:

Jahre	20	[N]	
Zinssatz	6	[i]	
Hypothek	100	[PV]	
Annuitätensatz		[F] [PMT]	8,72% p.a.

Erklärung: Wird der Annuitätensatz gesucht, so ist 100 immer in [PV] (Barwert) einzugeben.

Tilgungssatz ist gesucht

Beispiel: Eine Hypothek von DM 100 läuft bei einem Zinssatz von 6% p.a. 20 Jahre. Wie hoch ist der Tilgungssatz?

Hinweis: Bei unterjährigen Zahlungen ist entsprechend (→57) zu verfahren.

Eingaben:

Jahre	20	[N]	
Zinssatz	6	[i]	
Hypothek	100	[FV]	
Tilgungssatz		[F] [PMT]	2,72% p.a.

Erklärung: Wird der Tilgungssatz gesucht, so ist 100 immer in [FV] (Endwert) einzugeben.

Hinweis
Zinssatz + Tilgungssatz = Annuitätensatz

Errechnen von gesuchten Grössen (sofortige Tilgungsverrechnung)

Laufzeit ist gesucht

Beispiel: Eine Hypothek von DM 120.000 wird bei einem Zinssatz von 8% p.a. mit 1/4 jährlichen Annuitätenraten von DM 5.000 bedient. Wie lange ist die Laufzeit?

Eingaben:

Zinssatz 8:4 =	2	[i]	
¼-jährl. Zahlung	5000	[PMT]	
Hypothek	120000	[PV]	
Laufzeit		[F] [N]	33,022 Vierteljahre
		[÷]	
	4	[=]	8,255 Jahre

Zinssatz ist gesucht

Beispiel: Eine Hypothek von DM 100.000 läuft 15 Jahre bei einer jährlichen Annuität von DM 8.000. Wie hoch ist der Zinssatz?

Eingaben:

Jahre	15	[N]	
Annuität	8000	[PMT]	
Hypothek	100000	[PV]	
Zinssatz p.a.		[F] [i]	2,37% p.a.

Annuität ist gesucht

Beispiel: Eine Hypothek in Höhe von DM 200.000 bei einem Zinssatz von 5½% p.a. läuft 21 Jahre. Wie hoch ist die monatliche Annuität?

Eingaben:

Jahre 21 x 12 =	252	[N]	
Zinssatz 5.5 : 12 =	0.458	[i]	
Hypothek	200000	[PV]	
Monatliche Annuität		[F] [PMT]	1.339,94 DM

Errechnung von gesuchten Grössen (Tilgungsverrechnung erst zum Jahresende)

Bei diesen Berechnungen können die Werte [N] [i] [PMT] nur bezogen auf das volle Jahr eingegeben werden.

Beispiel: Eine Hypothek von DM 100.000 bei einem Zinssatz von 5¾% p.a. läuft 15 Jahre. Wie hoch ist die ¼j. Annuität, wenn die Tilgungsverrechnung nur jährlich erfolgt?

Eingaben:

Jahre	15	[N]
Zinssatz	5.75	[i]

Hypothek	100000	[PV]	
		[F] [PMT]	10.128,75
		[÷]	
¼j. Annuitäten-rate	4	[=]	2.532,19 DM

Bei sofortiger Tilgungsverrechnung würde sich folgende ¼ jährliche Annuitätenrate ergeben:

Eingaben:

Jahre 15 x 4 =	60	[N]	
Zinssatz 5.75 : 4 =	1.4375	[i]	
Hypothek	100000	[PV]	
¼j. Annuitäten-rate		[F] [PMT]	2.498,72 DM

Durch die sofortige Verrechnung ermässigt sich die ¼-jährliche Annuitätenrate um DM 33,47. Damit muss sich bei jährlicher Verrechnung (siehe →61) die Effektivverzinsung entsprechend erhöhen.

Errechnen von Effektivverzinsungen bei Hypotheken

Beim Errechnen von Effektivverzinsungen ist es notwendig, zuerst die genaue Laufzeit der Hypothek festzustellen. Folgendes Beispiel gilt für sämtliche unter diese Abschnitt . . . . aufgeführten Effektivzinsberechnungen.

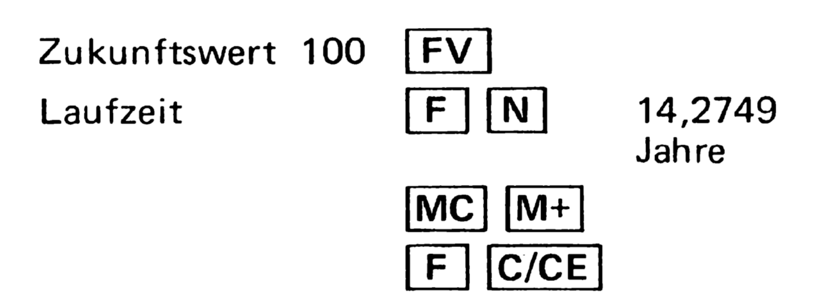
Beispiel: Eine Hypothek mit einem Zinssatz von 8% p.a. und einem Tilgungssatz von 4% p.a. kommt mit 95% (Disagio 5%) zur Auszahlung. Wie hoch ist die Effektivverzinsung?

Jährliche Annuität mit jährlicher Verrechnung

Ermittlung der Laufzeit:

Eingaben:

Zinssatz	8	[i]
Tilgungssatz	4	[PMT]



Zukunftswert 100 [FV]

Laufzeit [F] [N] 14,2749 Jahre

[MC] [M+]

[F] [C/CE]

Ermittlung der Effektivverzinsung:

Eingaben: [MR]

[N]

Annuität 12 [PMT]

Auszahlung 95 [PV]

Effektivzins [F] [i] 8,883% p.a.

1/4-jährliche Annuität, sofortige Verrechnung

Ermittlung der Laufzeit:

Eingaben:

Zinssatz
8 : 4 = 2 [i]

Tilgungssatz
4 : 4 = 1 [PMT]

Zukunftswert 100 [FV]

Vierteljahre [F] [N] ⟶ 55,4781

[MC] [M+]

[F] [C/CE]

Ermittlung der Effektivverzinsung:

Eingaben: [MR]

[N]

Annuität
12 : 4 = 3 [PMT]

Auszahlung 95 [PV]

Vierteljah-
reszins [F] [i] ⟶ 2,228%

umzurechnen nach Sonderprogramm II (→55).
ergibt 9,214% p.a. Effektivzins

Monatliche Annuität, sofortige Verrechnung

Ermittlung der Laufzeit:

Eingaben:

Zinssatz 8 : 12 =	0,666	[i]	
Tilgungssatz 4 : 12 =	0,333	[PMT]	
	100	[FV]	
Monate		[F] [N]	165,3405
		[MC] [M+]	
		[F] [C/CE]	

Ermittlung der Effektivverzinsung:

Eingaben:

		[MR]	
		[N]	
Annuität 12 : 12 =	1	[PMT]	
Auszahlung	95	[PV]	
mtl. Zins		[F] [i]	0,7432%
		[MC]	

umzurechnen nach Sonderprogramm III (→55)
ergibt 9,292% p.a. Effektivzins

1/4-jährliche Annuität, jährliche Verrechnung

Bei jährlicher Verrechnung muss die Laufzeit in Jahren errechnet werden.

Ermittlung der Laufzeit: (→60)

Eingaben:

Jahre 14.2749 x 4 =	57,0996	[N]	
Annuität 12 : 4 =	3	[PMT]	
Auszahlung	95	[PV]	
Vierteljahreszins		[F] [i]	2,2921%

umzurechnen nach Sonderprogramm II (→55)
ergibt 9,489% p.a. Effektivzins

Monatliche Annuität, jährliche Verrechnung

Ermittlung der Laufzeit (→60)

Eingaben:

Jahre 14.2749 x 12 =	171.2988	[N]	
Annuität 12 : 12 =	1	[PMT]	
Auszahlung	95	[PV]	
mtl. Zins		[F] [i]	0,7695%

umzurechnen nach Sonderprogramm III (→55) ergibt 9,635% p.a. Effektivzins

Monatliche Annuität, 1/4-jährliche Verrechnung

Bei ¼-jährlicher Verrechnung muss die Laufzeit in Vierteljahren errechnet werden.

Ermittlung der Laufzeit (→61)

Eingaben:

Jahre 55.4781 x 3 =	166.4343	[N]	
Annuität 12 : 12 =	1	[PMT]	
Auszahlung	95	[PV]	
mtl. Zins		[F] [i]	0,7482%

umzurechnen nach Sonderprogram III (→55) ergibt 9,3572% p.a. Effektivzins.

Bei gegebenem Effektivzins wird die Herabsetzung des nom. Zinses über das Damnum vorgenommen

Beispiel: Ein Annuitätendarlehen von DM 300.000 wird bei Auszahlung 100% mit effektiv 12,5509% p.a. verzinst. Die Laufzeit ist 12 Jahre, ¼-jährliche Annuität, sofortige Verrechnung. Welches Damnum ist notwendig, um den Nominalzins auf 10% p.a. bei gleichem Effektivzins senken zu können?

Zuerst erfolgen Umrechnungen nach. (→56, II)

1) 10% p.a. → 2.4144% viertelj.
2) 12.5509% p.a. → 3% viertelj.

¼-jährliche Annuität

Wie hoch ist die ¼-jährliche Annuität bei 10% p.a.?

Eingaben:

Laufzeit 12 x 4 =	48	[N]	
Zinssatz ¼-j.	2.4114	[i]	
Darlehen	300000	[PV]	
¼-jährl. Annuität		[F] [PMT]	10.617,08 DM

Damnum:

Eingaben:

Laufzeit-vierteljahre	48	[N]	
Zinssatz ¼-j.	3	[i]	
¼-j. Annuität	10617.08	[PMT]	
		[F] [PV]	268.258,65 DM
		[MC] [M+]	
Darlehen	300000	[Δ%]	
		[MR]	
	Damnum	[=]	–10,5805
		[+]	
	100	[MC] [M+]	
Auszahlungskurs		[=]	89.4195%

Errechnung des Hypothekenstandes (nach x-ter Zahlung)

Zuerst ist immer die genaue Laufzeit der Hypothek zu errechnen. Möglichst mit 4 Stellen hinter dem Komma.

Nach gewünschter bzw. angenommener Zahlung

Beispiel: Eine Hypothek von DM 120.000 ist mit einem Zinssatz von 6% p.a. und einem Tilgungssatz von 1% p.a. ausgestattet.

1. Wie lange läuft diese Hypothek bei ¼-jährlicher Annuität und sofortiger Verrechnung?

Eingaben:

Zinssatz 6 : 4 =	1.5	[i]	
Tilgungssatz 1 : 4 =	0.25	[PMT]	
Zukunftswert	100	[FV]	
Laufzeit		[F] [N]	130,6979 ¼-Jahre
		[MC] [M+]	

2. Wie hoch ist die ¼-jährliche Annuität bei sofortiger Verrechnung?

Eingaben:		[F] [C/CE]	
		[MR]	130,6979
Laufzeit		[N]	
Zins 6 : 4 =	1.5	[i]	
Hypothek	120000	[PV]	
¼-järl. Annuitätenrate		[F] [PMT]	2.100,--DM

Zins- und Tilgungsanteil dieser Zahlung

Wie hoch ist der Zins- und Tilgungsanteil der 80. Rate und die Restschuld nach der 80. Rate?

Eingaben:

Laufzeit 130,6979- gewünschte 80. Rate =	50.6979	[N]

Zins 6 : 4 =	1.5	[i]	
¼-järl. Annuitäten-rate	2100	[PMT]	
Restschuld nach 80. Rate		[F] [PV]	74.186,76 DM
Laufzeit 130,6979 – 79. Rate =	51.6979	[N]	
Zins 6 : 4 =	1.5	[i]	
¼-j. Annuität-enrate	2100	[PMT]	
Restschuld nach 79. Rate		[F] [PV]	75.159,37 DM
		[+]	
Zins	1.5	[%]	
Zinsanteil			1.127,39 DM
		[MC] [M+]	
		[F] [C/CE]	
Rate	2100	[–]	
		[MR]	
Tilgungsanteil		[=]	972,61 DM

Kummulative Zinsen bis zu dieser x-ten Zahlung

Eingaben:

¼-j. Annuitäten-rate 2.100 x 80 =	16800	[+]	
Restschuld nach 80. Rate	74186,76	[=]	
		[–]	
Hypothek	120000	[=]	
Summe der Zinsen bis 80. Rate.			122.786,76 DM

EFFEKTIVVERZINSUNG VON KLEINDARLEHEN

Mittelwert Und Standardabweichung

Von den Banken und Sparkassen werden für Kleindarlehen (bis zu DM 30.000,--) die Zinsen für die gesamte Laufzeit (Zinssatz pro Monat x Laufzeitmonate) aus dem aufgenommenen Darlehensbetrag berechnet und mit der Bearbeitungsgebühr diesem Kleindarlehen aufgeschlagen. Der dann geschuldete Gesamtbetrag wird durch die Laufzeitmonate geteilt (= Monatsrate). Durch die nachschüssig geleisteten Monatsraten ergibt sich die Rückzahlung des Darlehens mit Zins und Nebenkosten.

Beispiel: Ein Darlehen von DM 30.000,-- läuft 60 Monate. Der Monatszins beträgt 0,28%. Es kommt eine Bearbeitungsgebühr von 2% einmalig in Abzug.

Darlehen	DM 30.000,--	
Zins	DM 5.040,--	(60 x 0,28% aus Darlehen)
Bearbeitungsgebühr	DM 600,--	
Gesamtbetrag	DM 35.640,--	

geteilt durch 60 Laufzeitmonate = 594,-- DM monatliche Rate nachschüssig.

Errechnung der Effektivverzinsung nach gebräuchlicher Bankenformel (nach dieser erfolgt der Schalteraushang)

Bei den Banken und Sparkassen sind für diese Effektivzinsberechnung z.Zt. zwei Formeln in Anwendung.

z = Effektivverzinsung in % p.a.
p = Pro-Monats-Zinssatz vom ursprünglichen Kreditbetrag
m = Anzahl der Laufzeit-Monate
q = Prozentsatz der Bearbeitungsgebühr

a) Zins **Beispiel**

Formel: $p \times 12 \times 2 \times \frac{m}{m+1} = z$ 6,61% p.a.

Durch p x 12 wird der Monatszins hochgerechnet zum Jahreszins. Durch x 2 wird der Jahreszins verdoppelt, da das Ø Darlehen durch die gleichmässige Tilgung nur die Hälfte des verzinsten Darlehens beträgt. Durch $\frac{m}{m+1}$ wird die Nachschüssigkeit der Raten berücksichtigt.

b) Bearbeitungsgebühr

Formel: $q \times 2 \times \frac{12}{m+1} = z$ 0,79% p.a.

Summe Effektivzinsen 7,40% p.a.

Durch die Hälfte des Ø Darlehens wird die Bearbeitungsgebühr effektiv zinsmässig verdoppelt.

Durch $\frac{12}{m+1}$ wird die Nachschüssigkeit der Raten bezogen auf das Jahr (einmalige Gebühr) und die Laufzeitmonate berücksichtigt.

Vergleich durch finanzmathematische Errechnung

(→62 monatliche Annuität, sofortige Verrechnung)

Eingaben:

Laufzeitmonate	60	[N]	
mtl. Rate	594	[PMT]	
Darlehensbetrag	30000	[PV]	
mtl. Effektivzins		[F] [i]	0,583%

umzurechnen nach Sonderprogramm III (→55) ergibt 7,225% p.a. Effektivzins

BOND BZW. FESTDARLEHEN

Erklärung dieser Begriffe

Bei einem Bond (festverzinsliches Wertpapier) erwirbt der Gläubiger zu einem bestimmten

Kaufpreis (Nominalwert des Bond x Kurs) das Recht, dass dieser Bond nach einer bestimmten Zeit zu 100% eingelöst wird. Gleichzeitig erhält er in bestimmten gleichen Abständen einen gleichbleibenden Ertrag aus diesem Wertpapier.

Bei einem Festdarlehen ist dieser Ablauf vollkommen gleich, nur erhält hier der Schuldner einen Betrag aus einem Darlehen ohne Tilgungsraten, das er nach Ablauf einer bestimmten Zeit zu 100% zurückzahlen muss. Gleichzeitig sind auch hier in bestimmten gleichen Abständen gleichbleibende Zinszahlungen zu leisten.

Besonderheiten der Berechnung

Der Nominalwert des Bonds bzw. des Festdarlehens ist bekannt, nur der jeweilige Kurs muss über den ins Auge gefassten Effektivzins berechnet werden, bzw. über den gegebenen Kurs ist der Effektivzins zu errechnen. Der Kurs setzt sich zusammen aus den beiden Barwerten von

a) Einlösungsbetrag (in der Regel 100%)

b) Nachschüssig bezahlten Erträgen aus dem Bond oder Zinsen aus dem Festdarlehen.

Errechnen des Kurses

Beispiel: Ein Bond hat eine Laufzeit von 10 Jahren bei einem Halbjahreskupon von 4% und es soll ein Effektivzins von 12,35999% p.a. erwirtschaftet werden. Wie hoch muss der Kurs sein?

Zuerst ist über Sonderprogramm I (→56) der Jahreszins auf den Halbjahreszins zurückzurechnen

12,35999 p.a. → 6% $\frac{\text{p.a.}}{2}$

Barwert des Bonds (→43)

Eingaben:

Laufzeit 10 x 2 =	20	[N]
Halbjahreszins	6	[i]

Zukunftswert	100	[FV]	
Ergebnis		[F] [PV]	31,1805
		[MC] [M+]	

Barwert der Erträge →49.

Eingaben:

Laufzeit 10 x 2 =	20	[N]	
Halbjahreszins	6	[i]	
Halbjahreskupon	4	[PMT]	
		[F]	
Ergebnis		[F] [PV]	45,8797
		[+]	
		[MR]	
Summe der Barwerte/Kurs		[=]	77,0602%

Errechnung der Effektivverzinsung durch Annäherungsmethode

Beispiel: Welcher Effektivzins p.a. ergibt sich bei einem Festdarlehen, Auszahlung 95%, Laufzeit 15 Jahre, Zinssatz 6% p.a. und ¼-jährlichem Kontoabschluss?

Hier muss nun über eine Annäherungsrechnung versucht werden, die Summe der beiden Barwerte (s. oben) unter Veränderung der Zinssatzeingabe in [i] möglichst 95% zu nähern.

Annäherungsversuche:

1. Versuch: Effektivzins 7% p.a.

Eingaben:

Laufzeit 15 x 4 =	60	[N]	
Eff. Zins 7 : 4 =	1.75	[i]	
Zukunftswert	100	[FV]	
		[F] [PV]	35,31302
		[MC] [M+]	

Laufzeit 15 x 4 =	60	[N]	
Eff. Zins 7 : 4 =	1.75	[i]	
Zinszahlung 6 : 4 =	1.5	[PMT]	
¼-jährl.		[F] [PV]	55,44597
		[+]	
		[MR]	
Summe Barwerte		[=]	90,75900

2. Versuch: Effektivzins 6,5% p.a.
   Summe Barwert = 95.23200

3. Versuch: Effektivzins 6,55% p.a.
   Summe Barwerte = 94.77177

4. Versuch: Effektivzins 6,525% p.a.
   Summe Barwerte = 95.00151

Der ¼-jährl. Zins (6,525% p.a. : 4) von 1,631250 muss nun über das Sonderprogramm II (→55) noch hochgerechnet werden und ergibt einen Effektivzins von 6.6864% p.a.

12. Statistische Funktionen

Mittelwert und Standardabweichung

Mit Hilfe eines integrierten Statistik-Programms ermittelt der Rechner aus den mit der Taste [x_i] eingegebenen Daten unter Annahme einer Gaussverteilung folgende statistische Funktionswerte:

$\bar{x}$ Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \Sigma x$$

s Standardabweichung mit (n - 1) - Gewichtung

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

s′ Standardabweichung mit n – Gewichtung

$$s' = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2}{n}}$$

Eingabefolge: Löschen der Statistikspeicher mit [F] [C/CE]; Eingabe des ersten Wertes, [x_i], Eingabe des zweiten Wertes, [x_i], - - - - - - -, Eingabe des letzten Wertes, [x_i]. Nach Eingabe des ersten Wertes leuchtet links in der Anzeige ein Punkt auf; eine Marke die anzeigt, dass statistische Daten eingegeben wurden.

Abruf der statistischen Funktionen:

Mittelwert	$\bar{x}$	[$\bar{x}$]
Standardabweichung mit (n – 1) -Gewichtung	s	[s]
Standardabweichung mit n–Gewichtung	s′	[F] s′

Beispiel 1: Bei einer Messreihe werden die Werte $x_1 = 3.2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$, $x_4 = 3.8$ und $x_5 = 3.4$ ermittelt. Man berechne die statistischen Kenngrössen.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE]	0	Löschen der Statistikspeicher
3.2 [x_i]	3.2	Erster Messwert
3 [x_i]	3	
4 [x_i]	4	
3.8 [x_i]	3.8	
3.4 [x_i]	3.4	Letzter Messwert
[$\bar{x}$]	3.48	$\bar{x}$
[s]	0.4147	Standardabweichung mit (n – 1)–Gewichtung
[F] s′	0.3709	Standardabweichung mit n-Gewichtung

Im Anschluss an den Abruf statistischer Funktionen kann man weitere Daten eingeben. Im Beispiel soll ein zusätzlicher Messwert $x_6 = 3.6$ berücksichtigt werden. Auch falsch eingegebene Daten lassen sich löschen, was bei langen Messreihen ein grosser Vorteil ist. Im Beispiel wird angenommen, dass der sechste Messwert versehentlich zu 4.6 eingetastet wurde.

Die Korrektur und Neueingabe verläuft dann wie folgt:

Eingabe	Anzeige	Kommentar
	0.3709	Diese Anzeige steht noch vom ersten Teil des Beispiels
4.6 [x_i]	4.6	Falsche Eingabe des sechsten Wertes
4.6 [DLT]		
[x_i]	4.6	Korrektur
3.6 [x_i]	3.6	Richtige Eingabe des sechsten Wertes
[$\bar{x}$]	3.5	Neuer Mittelwert
[s]	0.3741	Neue Standardabweichung

In der Definition von Standardabweichung und Varianz tritt ein Glied Σx^2 auf. Das kann bei sehr grossem n und hohen Zahlenwerten zum Speicherüberlauf führen. Wegen der Differenz zweier sehr grosser Werte im Zähler der Formel können in diesem Fall auch Ungenauigkeiten auftreten. Man kann dieses durch die Definition bedingte Problem umgehen, indem man von jedem Zahlenwert einen konstanten, glatten Wert abzieht. Lautet die Messreihe z.B. 1000003.2; 1000003; 1000004; 1000003.8; 1000003.4 so zieht man von jeder Zahl 1000000 ab, tastet also die gleiche Messreihe wie im ursprünglichen Beispiel ein. Der Mittelwert ist dann 1000000 + 3.48 = 1000003.48; die auf n-1 Werte bezogene Standardabweichung auch hier 0.4147.

Beispiel 2: Bei der Produktion von Widerständen mit dem Normwert 120 Ω ±5% ergab die Entnahme von 10 Proben folgende Messwerte in Ω: 121; 124; 116; 114; 127; 119; 121; 118; 120; 124.

Wie gross ist der zu erwartende Gesamtausschuss?

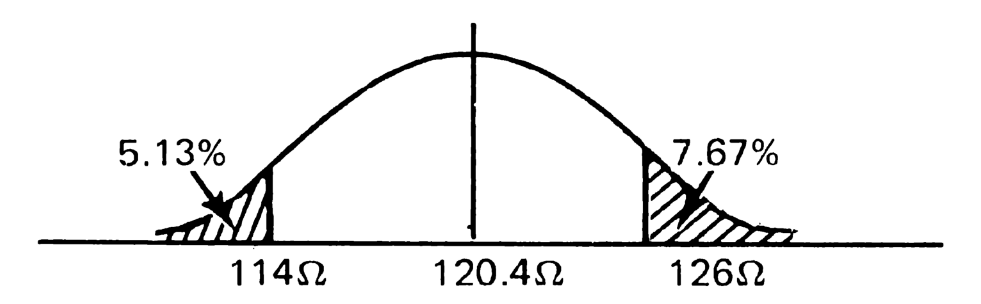
Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE]	0	Löschen vor der Statistik-Rechnung
121 [x_i]	121	Eingabe der Messwerte
124 [x_i]	124	
⋮	⋮	
124 [x_i]	124	Letzter Messwert
[$\bar{x}$]	120.4	Mittelwert der Messreihe
[s]	3.9214	Standardabweichung der Messreihe, wegen der höheren Erwartung-streuebezogen auf (n – 1) Werte

Aus diesen Daten errechnet man die obere Grenze der noch brauchbaren Widerstände und den normierten Ordinatenwert t der im Anhang angegebenen Verteilungsfunktion der (0;1)-Normalverteilung mit der Beziehung $t = \frac{x - \bar{x}}{s}$.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
120 [+]	120	Normwert
5 [%] [–]	126	Obere Widerstandsgrenze R_0
[$\bar{x}$]	120.4	
[÷] [s] [=]	1.428	Der Widerstandswert R_0= 126 Ω entspricht einem t-Wert t_0 = 1.428

Entsprechend folgt für die Untergrenze:

Eingabe	Anzeige	Kommentar
120 [−]	120	
5 [%] [−]	114	R_u
[$\bar{x}$]	120.4	
[÷] [s] [=]	-1.632	t_u



Aus der Tabelle für die Verteilungsfunktion im Anhang folgt: t_o = 1.428 ⇒ Normierte Fläche 0.4233. Oberhalb R_o = 126Ω liegt also ein Produktionsanteil von 0.5 - 0.4233 = 0.0767 = 7.67%.

t_u = −1.632 ⇒ Normierte Fläche 0.4487. Unterhalb R_u = 114Ω liegt also ein Produktionsanteil von 0.5 - 0.4487 = 0.0513 = 5.13%.

Es ist damit ein Gesamtausschuss von 12.8% zu erwarte. Bei diesem Beispiel beachte man, dass die statistische Qualitäts-kontrolle erst ab Probengrössen von etwa 30 aussagekräftig wird. Aus Gründen der Übersicht wurde hier mit nur 10 Werten gearbeitet.

LINEARE REGRESSION, LINEARER TREND

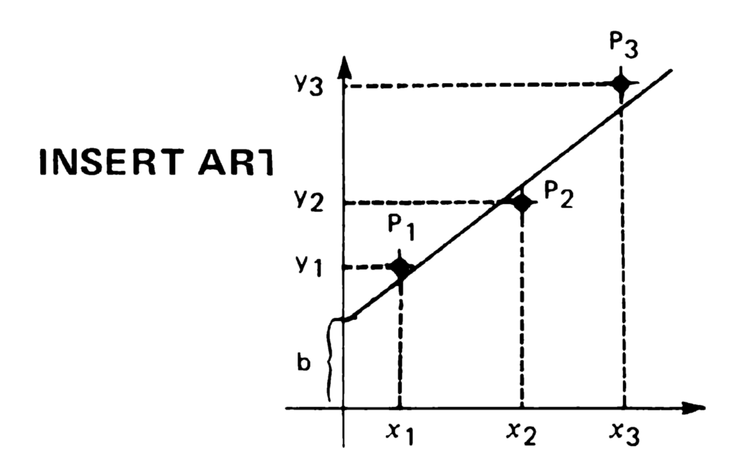
Besteht bei einer Messreihe mit n Messpunkten $P_i(x_i/y_i)$ ein linearer Zusammenhang zwischen x und y, entsprechend der Gleichung

$$y = m\,x + b,$$

so ermittelt der Rechner die Konstanten m und b der Geraden nach der Methode der kleinsten Quadrate.

$$m = \frac{n\ \Sigma x_i y_i - \Sigma x_i\ \Sigma y_i}{n\ \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}$$

$$b = \frac{\Sigma y_i\ \Sigma x_i^2 - \Sigma x_i\ \Sigma x_i\ y_i}{n\ \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}$$



Die so berechnete Gerade passt sich den Messwerten optimal an.

Eingabeablauf:

Löschen aller Speicher	[F] [C/CE] [MC]	
Eingabe von x_1	[x_i]	Links in der Anzeige zeigt ein Punkt die Eingabe eines x-Werts an.
Eingabe von y_1	[y_i]	Der Punkt verschwindet und die Anzeige zeigt 1: Ein Datenpaar wurde eingegeben.
⋮	⋮	
Eingabe von y_n	[y_i]	In der Anzeige steht die Anzahl der eingegebenen Daten.

Ergebnisabruf:

Abruf der Steigung m	[SLP]
Abruf des Achsabschnitts b	[INT]
Abruf der Summe $\Sigma x_i y_i$	[MR]

Beim Arbeiten mit der linearen Regression darf man Konstantenspeicher, Klammern und Ergebnistaste [=] nicht verwenden. Zwischenrechnungen können ausgeführt werden; man muss lediglich eine der Grundrechenartentasten anstelle der Ergebnistaste drücken.

Beispiel 1: Eine Reihe von Messwerten ist in der folgenden Tabelle gegeben: Es wird ein linearer Zusammenhang angenommen. Die Steigung m und die Konstante b der Ausgleichsgeraden sollen berechnet werden.

x	3	2.7	3.5	2.9	2.4	3.1	3.0	2.9
y	20	21	28	22	19	22	23	20

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE]		
[MC]	0	löschen aller Speicher
3 [x_i]	3	x_1
20	20	y_1
[y_i]	1	i = 1
2.7 [x_i]	2.7	x_2
21	21	y_2
[y_i]	2	i = 2
⋮	⋮	⋮
20	20	y_6
[y_i]	8	n = 8
[SLP]	7.4955	m = 7.4955
[INT]	–0.1431	b = –0.1431
[MR]	519.3	$\Sigma x_i y_i$

Die Gleichung der Ausgleichsgeraden lautet damit:

$$y = 7.4955\,x - 0.1431$$

Hat man alle Messpunkte eingetastet, so kann man mit der Taste [F] [ŷ] den zu einem gegebenen x-Wert gehörigen y-Wert auf der Ausgleichsgeraden finden. Die Taste [F] [$\hat{x}$] ermittelt den zu einem gegebenen y-Wert gehörigen x-Wert.

Beispiel 2: Im Anschluss an das vorhergehende Beispiel soll berechnet werden, welcher y-Wert zu x = 4 und welcher x-Wert zu y = 19.5 gehört.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
4 [F] ŷ	29.8389	Der Punkt P(4/29.8389) liegt auf der Ausgleichsgeraden
19.5 [F] $\hat{x}$	2.6206	Der Punkt P(2.6206/19.5) liegt auf der Ausgleichsgeraden

Im Anschluss an beliebige Abfragen kann man weitere Messwertpaare eingeben. Im Beispiel soll ein Zusätzlicher Punkt P_9 (4/30) berücksichtigt werden. Auch falsch eingegebene Daten lassen sich löschen. Im Beispiel wird angenommen, dass der neunte Messwert versehentlich zu P_9 (3/30) eingetastet wurde.

Die Korrektur und Neueingabe verläuft dann wie folgt:

Eingabe	Anzeige	Kommentar
	2.6206	Diese Anzeige steht noch vom ersten Teil des Beispiels
3 [x_i]	3	Falscher Wert von x_9
30 [y_i]	9	Falsche Eingabe des neunten Punktes
3 [DLT] [x_i]	3	Korrektur

Eingabe	Anzeige	Kommentar
30 [DLT] [yi]	8	Der neunte Punkt wurde gelöscht
4 [x_i]	4	
30 [yi]	9	Richtige Eingabe des neunten Punktes
[SLP]	7.5848	Neuer Wert der Steigerung
[INT]	–0.3981	Neuer Wert des Achsabschnitts

Auch bei nichtlinearen Funktionen kann man mit Hilfe des Programms für die lineare Regression eine Ausgleichskurve finden. Man muss lediglich mittels einer geeigneten Transformation die Kurve in eine Gerade überführen.

Beispiel 3: Gegeben sind die Messwertpaare

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	1.47	29	600	$1.2 \cdot 10^3$	$2.44 \cdot 10^5$	$4.9 \cdot 10^6$

Es wird ein exponentieller Zusammenhang nach der Gleichung

$$y = A\,e^{Bx}$$

erwartet. Welche Werte haben die Konstanten A und B? Durch Logarithmieren der Gleichung erhält man

$$\ln y = \ln A + Bx$$

also einen linearen Zusammenhang analog

$$y = b + mx$$

Man tastet daher die Wertepaare x und ln y in den Rechner ein und ermittelt m und b. Durch Koeffizien-tenvergleich folgt B = m und ln A = b, also $A = e^b$.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE] [MC]	0	Löschung aller Speicher
0 [x_i]	0	x_1
1.47 [ln]	0.3852	ln y_1
[y_i]	1	n = 1
1 [x_i]	1	x_2
29 [ln]	3.3672	ln y_2
[y_i]	2	n = 2
⋮	⋮	⋮
4900000 [ln]	15.4047	ln y_6
[y_i]	6	n = 6
[SLP]	2.94	m = B = 2.94
[INT]	0.1579	b = 0.1579
[F] e^x	1.1711	$A = e^b = 1.1711$

Der gesuchte Zusammenhang lautet also

$$y = 1.1711 \; e^{2.94\,x}$$

Beispiel 4: Marktuntersuchung. Als Entscheidungshilfe für die Festsetzung des Verkaufspreises eines Produkts wird eine Marktanalyse gemacht. Das Ergebnis ist in der Tabelle aufgelistet.

Stückpreis in DM	Anzahl der verkauften Einheiten
460	25444
465	24889
470	24340
475	23800
480	23285
485	22716

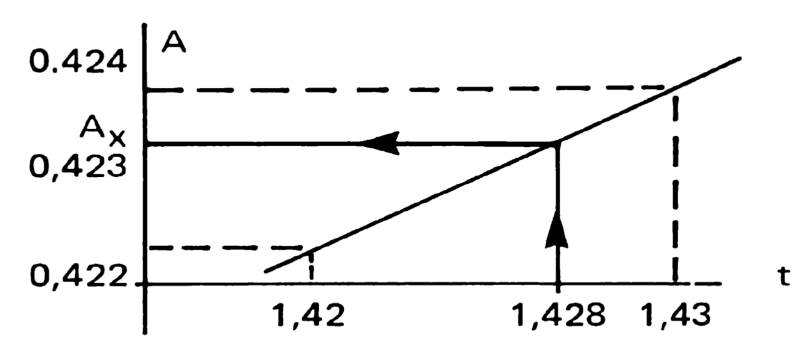
Es ist zu ermitteln, vieviele Einheiten man zu einem Stückpreis von DM 469.- absetzen kann und vie hoch der Preis sein müsste, damit 24 000 Einheiten abgesetzt werden können.

Eingabe	Anzeige
[MC] [F] [C/CE]	
460 [x_i] 25444 [y_i]	1
465 [x_i] 24889 [y_i]	2
470 [x_i] 24340 [y_i]	3
475 [x_i] 23800 [y_i]	4
480 [x_i] 23285 [y_i]	5
485 [x_i] 22716 [y_i]	6
469 [F] $\hat{y}$	24458.84
24000 [F] $\hat{x}$	473.2279

Bei einem Stückpreis von DM 469,– vird man 24 459 Einheiten absetzen können. Will man nur 24 000 Einheiten absetzen, kann man den Stückpreis auf DM 473,23 erhöhen.

LINEARE INTERPOLATION

Wendet man das Regressionsprogramm auf zwei Datenpaare an, so kann man linear interpolieren.



Beispiel 1: Aus der Normalverteilungstabelle im Anhang findet man für t = 1.42 die Fläche A = 0.4222 und für t = 1.43 die Fläche A = 0.4236. Vie gross ist die Fläche für t = 1.428?

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE] [MC]		
1.42 [x_i] 0.4222 [y_i]	1	1. Datenpaar
1.43 [x_i] 0.4236 [y_i]	2	2. Datenpaar
1.428 [F] $\hat{y}$	0.4233	Gesuchte Fläche

Die lineare Interpolation wird auch mit Vorteil zur Verbesserung der Schätzwerte bei Näherungsverfahren eingesetzt:

Beispiel 2: Ein Kapital von DM 2.000,- soll so angelegt werden, dass nach 30 Monaten DM 1.000,- abgehoben werden können und nach weiteren 10 Monaten ein Endkapital von DM 2.000,- zur Verfügung steht. Wie hoch müssen die monatlichen Zinsen sein? Zur lösung berechnet man mit einem geschätzten Zinssatz aus den beiden Endkapitalanteilen zwei Anlagekapitalbeiträge PV1 und PV2. Beim richtigen Zinssatz wird PV1 + PV2 = 2000.

Eingabe	**Anzeige**	**Kommentar**
[F] [C/CE] [MC]	0	
1 [i]	1	Geschätzter Zinssatz 1%
1000 [FV] 30 [N]	30	Erster Anteil wird berechnet
[F] [PV] [M+]	741.92	PV1 wird gespeichert
2000 [FV] 40 [N]	40	Zweiter Anteil wird berechnet
[F] [PV]	1343.31	PV2
[M+] [MR]	2085.23	PV1 + PV2 > 2000; der geschätzte Zinssatz war zu klein
1.2 [i]	1.2	Höherer Schätzwert 1.2%
1000 [FV] 30 [N]	30	
[F] [PV] [MC] [M+]	699.17	PV1
2000 [FV] 40 [N]	40	
[F] [PV]	1241.11	PV2
[M+] [MR]	1940.28	PV1 + PV2 < 2000; der richtige Zinssatz liegt zwischen 1 und 1.2%. Man interpoliert und kontrolliert das Ergebnis

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE]		
[MR] [MC]	1940.28	
[x_i] 1.2 [y_i]	1	Erstes Wertepaar
2085.23	2085.23	
[x_i] 1 [y_i]	2	Zweites Wertepaar
2000 [F] $\hat{y}$	1.117	Durch Interpolation ermittelter Zinssatz
[i]	1.117	Kontrollrechnung mit 1.117%
1000 [FV] 30 [N]	30	
[F] [PV] [MC] [M+]	716.47	PV1
2000 [FV] 40 [N]	40	
[F] [PV]	1282.21	PV2
[M+] [MR]	1998.68	Der interpolierte Wert von 1.117% führt zum nahezu richtigen Ergebnis. Nochmalige Interpolation führt webb nötig zu weiterer Verbesserung

LINEARE ABSCHREIBUNG (WERTMINDERUNG)

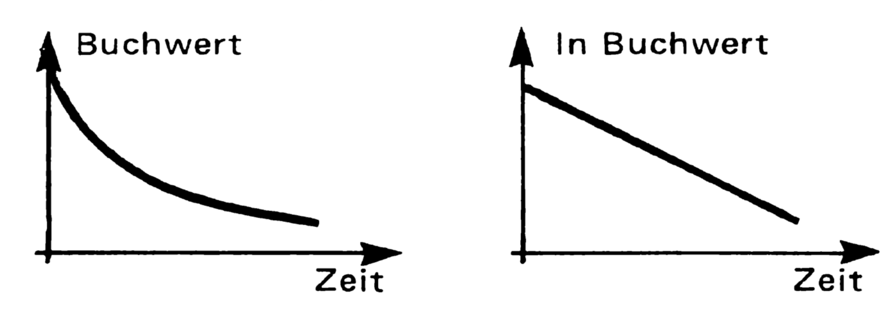
Beispiel: Ein Kran kostet DM 153.000,–, hat eine Lebensererwartung von 35 Jahren und einen Schrottwert von DM 16.000,–. Gesucht sind jährliche Wertminderung und Buchwert nach 15, 16 und 17 Jahren bei linearer Abschreibung. Da es sich um ein lineares Problem handelt, kann man die lineare Interpolation verwenden.

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE] [MC]	0	
0 [x_i]		
153000 [y_i]	1	Anschaffungskosten, Jahr 0

Eingabe	Anzeige	Kommentar
35 [x_i]		
16000 [y_i]	2	Schrottwert, Jahr 35
15 [F] [$\hat{y}$]	94285.71	Buchwert nach 15 Jahren
16 [F] [$\hat{y}$]	90371.43	Buchwert nach 16 Jahren
17 [F] [$\hat{y}$]	86457.14	Buchwert nach 17 Jahren
[+/-] [+]		
90371.43	3914.29	Jährliche Abschreibung. Man beachte, dass beim Regressionsprogram [=] nicht verwendet werden darf

DEGRESSIVE ABSCHREIBUNG (WERTMINDERUNG)

Das Diagramm für die Abnahme des Buchwertes mit der Zeit bei degressiver Abschreibung (Abschreibung eines festen Prozentsatzes vom Buchwert pro Periode) zeigt Abb. A. Logarithmiert man diese Funktion, so erhält man Abb. B, also eine lineare Abnahme mit der Zeit. Das Regressionsprogramm ist damit auch auf diesen Fall anwendbar.



Beispiel: Eine Maschine wird für DM 52.000 gekauft; die jährliche Abschreibung beträgt 10% vom Buchwert. Wie gross ist der Buchwert 9 bzw. 11 Jahre nach dem Kauf?

Abschreibung im 1. Jahr:
10% von 52.000 = 5.200

Buchwert nach 1 Jahr: 52.000 – 5.200 = 46.800

Eingabe	Anzeige	Kommentar
[F] [C/CE] [MC]	0	
1 [x_i]	1	
52000 [ln] [y_i]	1	Eingabe: Buchwert im 1. Jahr
2 [x_i]	2	
46800 [ln] [y_i]	2	Eingabe: Buchwert im 2. Jahr
9 [F] $\hat{y}$ [F] e^x	22384.29	Buchwert im 9. Jahr
11 [F] $\hat{y}$ [F] e^x	18131.28	Buchwert im 9. Jahr

13. Zusammengesetzte Rechnungen

Zur Berechnung umfangreicher Ausdrücke hat man drei Möglichkeiten:

1) Die günstige Speicherorganisation des Rechners erlaubt zum Beispiel die Berechnung verketteter Klammerausdrücke ohne weiteres Hilfsmittel. Dabei berücksichtige man immer, dass die Tasten [+], [–], [x] und [÷] die vorhergegangene Rechnung abschliessen. Sie haben also die gleiche Funktion, wie die Tastenkombination [=] [+], [=] [–], [=] [x] und [=] [÷].

   Die Exponentialfunktionen [y^x] und [F] $\sqrt[x]{y}$ werden vorrangig vor den Grundrechenarten ausgeführt.

2) Teile eines Ausdrucks können zur weiteren Verwendung gespeichert werden. Man kann Zahlen zum Speicherinhalt addieren und vom Speicherinhalt subtrahieren.

3) Teile des Ausdrucks können eingeklammert werden.

Bei der Verkettung von Funktionen muss man fünf Gruppen unterscheiden:

1) Klammerfunktionen [(] [)]

2) Finanzmathematische Funktionen
[N] [i] [PMT] [PV] [FV]

3) Wirtschaftsfunktion [CFL]

4) Lineare Regression
[x_i] [y_i] [SLP] [INT] [DEL] $\hat{x}$ $\hat{y}$

5) Mittelwert und Standardabweichung
[x_i] [$\bar{x}$] [s] s' [DEL]

Eine direkte Verkettung verschiedener Gruppen ist nicht möglich. Es darf also die Berechnung der standardabweichung nicht innerhalb von Klammern oder die Ermittlung der Grosse [PMT] mit Hilfe der Taste [CFL] erfolgen. Das bedeutet aber keine wesentliche Einschränkung: Will man etwa eine Klammerrechnung unter Verwendung der Standardabweichung ausführen, berechnet man zuerst s, speichert den Wert und ruft ihn an geeigneter Stelle innerhalb der Klammer wieder ab.

Die in Kapitel 9 besprochenen Funktionen mit einer Veränderlichen dürfen ebenso wie [y^x], $\sqrt[x]{y}$, [%], [Δ%], [CST], [SEL] und [MRG] innerhalb jeder Gruppe beliebig eingesetzt werden.

VERKETTETE KLAMMERN

Beispiel: $\frac{(3 + 4)\ 2 - 6}{5} = 1{,}6$

Eingabe	Anzeige	Kommentar
3 [+]	3	
4 [x]	7	[x] hat die Berechnung von 3 + 4 gelöst.
2 [−]	14	[−] hat die Berechnung von 7 x 2 ausgelöst.
6 [÷]	8	[÷] hat die Berechnung von 14 − 6 ausgelöst.
5 [=]	1.6	

SUMME VON PRODUKTEN

Beispiel: Gesucht ist der Gesamtpreis der folgenden Bestellung, wenn ab 20 Stück ein Mengenrabatt von 9% gewährt wird.

15 Stück à DM 121, -
18 Stück à DM 214, -
35 Stück à DM 87,50

Eingabe	Anzeige	Kommentar
15 [x]	1815	
[MC] [M+]	1815	Die Produkte werden Speicher saldiert
18 [x] 214 [=]	3852	
[M+]	3852	Im Speicher steht die Summe der ersten beiden Posten
87.5 [−] 9 [%]	7.87	Rabatt
[x] 35 [=]	2786.87	
[M+] [MR]	8453.87	Gesamtpreis

PRODUKT VON SUMMEN

Beispiel: (3 + 4) x (2 + 8) = 70

Eingabe	Anzeige	Kommentar
3 [+]	3	
4 [=]	7	Erste Summe
[MC] [M+]	7	Speichern der ersten Summe
2 [+]	2	
8 [x]	10	Berechnung der zweiten Summe durch Bedienen der [x] Taste.
[MR]	7	
[=]	70	

RECHNEN MIT FUNKTIONEN

Beispiel 1: $\ln (3 + \sqrt{5}) = 1.6555$

Eingabe	Anzeige	Kommentar
3 [+]	3	
5 [$\sqrt{x}$]	2.236	Die 5 in der Anzeige wurde durch $\sqrt{5}$ ersetzt. 3 + ist weiterhin gespeichert.
[=]	5.236	
[ln]	1.6555	

Beispiel 2: $\lg (100 + e^5) = 2.3951$

Eingabe	Anzeige	Kommentar
100 [+]	100	
5 [F] e^x	148.4131	
[=]	248.4131	
[ln] [÷]	5.515	
10 [ln] [=]	2.3951	

Beispiel 3: $\frac{e^3 + \ln 2}{4 + \sqrt{9}} = 5.7387$

Eingabe	Anzeige	Kommentar
3 [+]	3	
2 [ln]	0.6931	
[=]	3.6931	
[F] e^x	40.171	
[÷] [(]	40.171	Der Nenner wird in Klammern gesetzt.
4 [+]	4	
9 [$\sqrt{x}$]	2.9999	
[)]	6.9999	Durch Schliessen der Klammer wurde der Nenner berechnet.
[=]	5.7387	

14. Anzeige von Kapazitätsüberlauf und Fehler

Die Fehleranzeige E links in der Anzeige leuchtet in folgenden Fällen auf:

1) Der Betrag des Ergebnisses einer Rechnung ist grösser 9 9999999999.
2) Division durch 0.
3) Die Zahl in der Anzeige ist negativ und es werden die Funktionen [y^x] [$\sqrt[x]{y}$] [ln] oder [$\sqrt{x}$] abgerufen.
4) Die Zahl in der Anzeige ist Null und es werden die Funktionen [$1/x$] oder [ln] abgerufen.
5) Abruf einer Reihe von höheren Funktionen, solange noch keine Daten eingelesen sind.

Die Fehleranzeige löscht man durch Druck auf die Taste [C/CE]. Dabei werden alle Daten bis auf die Zahlen in den Speichern gelöscht.

Unterschreitet der Betrag eines Ergebnisses den Wert 0.0000000001, so wird 0 angezeigt.

15. Rechengenauigkeit und Rechengeschwindigkeit

Alle Berechnungen werden 11-stellig durchgeführt. Intern arbeitet der Rechner sogar mit 13 Stellen, sodass bei den Grundrechenarten und der Prozentrechnung kein Fehler erkennbar wird. Höhere Funktionen werden vom Rechner durch Reihenentwicklung oder andere Näherungsmethoden ermittelt. Um die Rechenzeit nicht unnötig gross zu machen, wird die Rechnung nach einer bestimmeten Anzahl von Gliedern abgebrochen. Dadurch können sich

geringe Abweichungen vom exakten Wert einstellen. Der Fehler ist aber bei fast jedem Problem vernachlässigbar. Selbst im ungünstigsten Fall ist erst die neunte Stelle unsicher; allerdings können sich bei umfangreichen Rechnungen die Einzelfehler entsprechend dem Fehlerfortpflanzungsgesetz addieren. Die Grundrechenarten, $\frac{1}{x}$, $\sqrt{x}$, x^2, die Klammerrechnungen, Datenaustausch, Dateneingabe und die Speicherfunktionen werden in Bruchteilen von Sekunden ausgeführt. Die Ermittlung der übrigen Funktionen benötigt bis zu vier Sekunden. Während der Rechenzeit ist die Anzeige dunkel. Eingegebene Befehle werden nicht ausgeführt.

16. Tabellen

Commodore Service Points:

Commodore Business Machines, Inc.
901 California Avenue
Palo Alto, California 94304, USA

Commodore/MOS Technology
Valley Forge Corporate Center
950 Rittenhouse Road
Norristown, Pennsylvania 19403, USA

Commodore Business Machines Limited
3370 Pharmacy Avenue
Agincourt, Ontario, Canada M1W2K4

Commodore Business Machines Limited
360 Euston Road
London NW1 3BL, England

Commodore Büromaschinen GmbH
Frankfurter Strasse 171-175
6078 Neu Isenburg
West Germany

Commodore Japan Limited
Taisei-Denshi Building
8-14 Ikue 1-Chome
Asahi-Ku, Osaka 535, Japan

Commodore Electronics (Hong Kong) Ltd.
Watsons Estates
Block C, 11th floor
Hong Kong,

